**Fractions décimales et nombres décimaux au cycle 3**

**Le programme**

**Nombres et calcul (préambule)**

[…] L’écriture à virgule est présentée comme une convention d’écriture d’une fraction décimale ou d’une somme de fractions décimales. Cela permet de mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul. […]

|  |
| --- |
| **Attendus de fin de cycle**  |
| Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux.Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.  |
| **Connaissances et compétences associées** | **Exemples de situations, d’activités et de ressources pour l’élève** |
| **Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux** |
| Comprendre et utiliser la notion de fractions simples.* Écritures fractionnaires.
* Diverses désignations des fractions (orales, écrites et décompositions).

Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.* Une première extension de la relation d’ordre.

Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.Établir des égalités entre des fractions simples. | Utiliser des fractions pour :- rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples ; - exprimer un quotient.Situation permettant de relier les formulations la moitié, le tiers, le quart et 1/2 de, 1/3 de, 1/4 de, etc. (fractions vues comme opérateurs).Par exemple, en utilisant une demi-droite graduée, les élèves établissent que 5/10 = 1/2, que 10/100 = 1/10, etc.Écrire une fraction sous forme de somme d’un entier et d’une fraction inférieure à 1. |
| Comprendre et utiliser la notion de nombre décimal.* Spécificités des nombres décimaux.

Associer diverses désignations d’un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions).* Règles et fonctionnement des systèmes de numération dans le champ des nombres décimaux, relations entre unités de numération (point de vue décimal), valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l’écriture à virgule d’un nombre décimal (point de vue positionnel).

Repérer et placer des décimaux sur une demi-droite graduée adaptée.Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres décimaux. * Ordre sur les nombres décimaux.
 | Situations nécessitant :- d’utiliser des nombres décimaux pour rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples ;- d’utiliser différentes représentations : mesures de longueurs et aires, une unité étant choisie ;- de faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (dixième/dm/dg/dL, centième/cm/cg/cL/centimes d’euros, etc.).La demi-droite numérique graduée est l’occasion de mettre en évidence des agrandissements successifs de la graduation du 1/10 au 1/1000. |

**Repères de progressivité**

[…]

**Fractions et décimaux :** Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l’introduction et l'apprentissage des nombres décimaux. Pour cette raison, on commence dès le CM1 l'étude des fractions simples (comme $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}$) et des fractions décimales. Du CM1 à la 6ème, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu’au quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6ème. Pour les nombres décimaux, les activités peuvent se limiter aux centièmes en début de cycle pour s'étendre aux dix-millièmes en 6ème.

[…]

**A – Définition des nombres décimaux**

* **Pour faire émerger les représentations erronées :**

Choisir une définition acceptable, et argumenter sur celles qui ne le sont pas :

Un nombre décimal, c’est :

* Définition A : un nombre qui s’écrit avec une virgule.
* Définition B : une fraction décimale.
* Définition C : le quotient dans une division qui s’arrête.
* Définition D : un nombre qui a des chiffres en nombre fini après la virgule.
* Définition E : le quotient d’un entier par 10, 100, 1000, …

*Les définitions A et D excluent les nombres entiers comme étant des nombres décimaux particuliers.*

*La définition C induit une mauvaise perception du résultat affiché par une calculette : est-ce ou non un nombre décimal ?*

* **L’apprentissage des fractions décimales , , , …, et la notation 0,1 ; 0,01 ; 0,001**

Ces fractions sont définies en référence au partage de l’unité en dix, cent, mille parties égales. Le sens de ce partage peut intervenir utilement :

* avec le support visuel des longueurs (découpage d’un segment de longueur unité en segments de même longueur) ;
* avec l’image mentale du découpage d’une aire, qui prépare la visualisation de produits tels que  (voir plus loin) ;
* avec des grandeurs évocatrices, telles que les grandeurs monétaires (un euro = 100 centimes, un billet de 10 euros équivaut à dix pièces de un euro), les unités de longueur (1 km = 1000 m), de volume (1 L = 100 cL), etc.

Ces approches ne doivent pas faire l’objet d’un choix, elles ont toutes leur intérêt et c’est leur complémentarité qui enrichit la compréhension.

**Il est prudent d’attendre que ces fractions décimales aient pris du sens avant d’introduire les écritures 0,1 ; 0,01 ; 0,001.**

On peut ensuite placer ces nombres dans l’échelle décimale ; ils correspondent à un seul chiffre 1 dans une ligne.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **…** | **centaines** | **dizaines** | **unités** | **,** | **dixièmes** | **centièmes** | **millièmes** | **…** |  | **Écriture** |
|  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  | 100 |
|  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 10 |
|  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 |
|  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  | 0,1 |
|  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  | 0,01 |
|  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  | 0,001 |

*Exercices recommandés à ce stade*

1. Exprimer l’aire grisée comme une fraction de l’aire totale

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | b) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Compléter (calcul mental réfléchi)

   

1. Compléter par une fraction décimale (calcul mental automatique)

  

*Après avoir installé ces écritures décimales, il est important de faire des allers et retours avec la notion première de fraction décimale, et un exercice comme le 3. doit être conduit régulièrement, ce qui revient à une lecture droite-gauche des égalités , , … ce qu’il est important de favoriser en mathématiques.*

* **Comprendre et utiliser les nombres décimaux**

La définition générale des nombres décimaux peut être structurée par les étapes suivantes.

1. Réviser la décomposition d’un entier à l’aide des multiples de 1, 10, 100, 1000, …

Des exemples comme ceux ci-après sont à réviser :

 ;  ;  ; etc.

1. Savoir simplifier une fraction décimale qui est un entier, en référence au partage de l’unité.

Par exemple :  ;  ;  ; etc.

1. Définir les nombres décimaux ayant un seul chiffre significatif.

Les écritures 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; … ont déjà été introduites.

Il s’agit de définir les écritures telles que 0,3 ; 0,07 ; 0,005 ; …. avec deux approches qui leur donnent du sens.

En liaison avec les fractions : l’**oralisation** d’une fraction telle que  (« trois dixièmes ») et le sens de la multiplication permet de poser que .

La notation :  prend alors du sens.

De même, on note  ;  ; etc.

En liaison avec la représentation graphique, avec le partage de l’unité en termes de segment ou d’aire, il est pertinent d’identifier les nombres 0 ; 0,1 ; 0,2 ; … ; 0,9 ; 1.

À ce stade, des activités mentales peuvent utilement permettre aux élèves de construire leurs automatismes.

1. Donner la définition d’un nombre décimal.

C’est une fraction décimale, quotient d’un entier par une puissance de dix.

Par exemple  ;  ;  ;  ;  ; etc.

1. Adopter une notation avec virgule.

Cette notation est justifiée et prend sens avec les étapes précédentes, en admettant que les propriétés connues de l’addition s’appliquent encore aux nombres déjà introduits :

 ;

 ;

Énoncer à l’**oral** : 56 dixièmes, c’est 50 dixièmes plus 6 dixièmes, c’est 5 unités plus 6 dixièmes, c’est donc  que l’on note  (5🄋6➀ il y a plus de 400 ans, écriture proposée par Simon Stevin en 1585 dans un ouvrage intitulé La Theinde ; 8🄋9➀3➁ pour  …).

Pour 8,93, 8 est la **partie entière** et 0,93 est la **partie décimale**.

.

1. Dégager la règle générale raccourcie permettant de noter un décimal à l’aide d’une virgule.

**B – Comparer des nombres décimaux**

L’approche de la comparaison doit envisager simultanément le point de vue du repérage, avec partage de l’unité, et celui du numérique, en liaison avec les fractions.

La première idée à installer est la comparaison de fractions inférieures à l’unité :

* les décimaux 0,1 ; 0,2 ; … ; 0,9 sont inférieurs à 1 ;
* les décimaux 0,01 ; 0,02 ; … ; 0,09 sont inférieurs à 0,1 ;
* etc.

Une deuxième idée est de savoir encadrer un décimal inférieur à l’unité entre deux nombres de l’échelle décimale immédiatement supérieure :

* 0,7 est compris entre 0 et 1 ;
* 0,58 est compris entre 0,5 et 0,6 ;
* 0,168 est compris entre 0,16 et 0,17.

Une autre étape peut consister à se ramener à un nombre identique de chiffres à droite de la virgule, et à revenir aux fractions décimales :

Exemple : comparer 4, 6 et 4,197, c’est comparer 4,600 et 4,197, soit  et .

4600 est plus grand que 4197, donc 4,6 est plus grand que 4,197.

Chacune de ces étapes peut être confortée par des activités mentales, afin d’installer des images mentales et des automatismes.

Il n’est pas souhaitable d’introduire trop prématurément les symboles <, >.

La règle de comparaison, énoncée à l’aide de la position des chiffres dans l’écriture décimale, ne doit pas non plus être introduite trop tôt. C’est un algorithme procédural, que ne peut être compris que si le sens de la comparaison est d’abord installé.

**C – Addition des nombres décimaux**

La somme de deux décimaux doit d’abord être pratiquée en revenant aux fractions décimales, afin de construire le sens de la règle.

Exemples :

, en décomposant et en privilégiant d’abord l’oral, avant toute écriture formelle.

Ou bien, , en se ramenant à un même nombre de décimales.

Les retenues se traitent de la même manière :



, toujours en privilégiant d’abord l’oral.

Ou bien, .

L’algorithme de l’addition posée – qu’il convient de ne pas donner prématurément comme une seule technique non adossée au sens – résulte de cette dernière décomposition, qui lui donne son sens.

**D – Multiplication des nombres décimaux**

* **Pour faire émerger les représentations *a priori***

Pour chacune des questions suivantes, dire si la « règle » énoncée doit avoir sa place dans l’apprentissage au cycle 3 et, si oui, à quel moment de l’apprentissage.

Question 1 : pour multiplier un entier par 10, 100 :

* Règle A : on rajoute un zéro, deux zéros à droite.
* Règle B : chaque chiffre prend une valeur dix fois, cent fois plus grande.
* Règle C : chaque chiffre est décalé d’un cran, de deux crans vers la gauche dans l’échelle décimale.

Question 2 : pour multiplier un décimal par 10, 100 :

* Règle A : on décale la virgule d’un rang, de deux rangs vers la droite.
* Règle B : chaque chiffre prend une valeur dix fois, cent fois plus grande.
* Règle C : chaque chiffre est décalé d’un cran, de deux crans vers la gauche dans l’échelle décimale.

Question 3 : pour multiplier un entier par 0,1 ou 0,01 :

* Règle A : on place une virgule devant le chiffre (ou les deux chiffres) de droite.
* Règle B : chaque chiffre prend une valeur dix fois, cent fois plus petite.
* Règle C : chaque chiffre est décalé d’un cran, de deux crans vers la droite dans l’échelle décimale.

Question 4 : pour multiplier un décimal par 0,1 ou 0,01 :

* Règle A : on décale la virgule d’un rang, de deux rangs vers la gauche.
* Règle B : chaque chiffre prend une valeur dix fois, cent fois plus petite.
* Règle C : chaque chiffre est décalé d’un cran, de deux crans vers la droite dans l’échelle décimale.

*La règle A induit de fausses représentations* (question 2 :, , question 3 : , question 4 : ).

* **Plan pour une présentation possible de la multiplication au cycle 3**
* S’assurer de la mise en place de la multiplication avec les entiers (cycle 2) ;
* donner du sens à la multiplication avec l’image mentale de l’aire d’un rectangle ;
* donner du sens aux nombres décimaux en revenant aux fractions décimales ; installer la notion d’échelle décimale ; fixer l’apprentissage des fractions décimales , , , en référence au partage de l’unité (voir ci-avant) ;
* admettre que les propriétés de la multiplication se transfèrent aux autres nombres ;
* savoir multiplier (sens et calcul mental) 10, 100, 1000, , , par , par  (pour ces calculs, on peut aussi travailler alternativement avec 0,1, 0,01 et 0,001) ;
* développer l’apprentissage et un certain degré d’automatisme dans le calcul des produits entre eux des nombres 10, 100, 1000, , ,  ; pour ces calculs, on peut aussi travailler alternativement avec 0,1, 0,01 et 0,001 ;
* commencer l’apprentissage du produit d’un décimal par un entier ;
* justifier le calcul du produit de deux décimaux sur un exemple générique.

La suite détaille quelques-uns de ces points.

* **Produit de 10, 100 ou 1000 par** **,**  **ou** 

Le calcul de certains produits de ce type peut se déduire du partage de l’unité, qui apporte le plus de sens au résultat :

 ;  ; .

D’autres produits peuvent résulter de la définition d’un nombre décimal, ou de la division par 10 ou par 100 :

 ;  ; 

ou bien  ;  ; .

D’autres enfin se justifient plus aisément à nouveau avec la définition d’un nombre décimal :

 ;  ; .

Ces apprentissages sont délicats si l’on veut leur conserver du sens. Cet aspect est à développer en début d’apprentissage, mais il est bon de s’en affranchir progressivement en développant l’**automatisme** dans ces calculs. Plusieurs séances de **calcul mental** doivent contribuer à les fixer.

Lorsque le sens est acquis, on peut aussi utiliser l’échelle décimale pour donner une image mentale simple de ces calculs, en faisant fonctionner la numération de position.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **…** | **centaines** | **dizaines** | **unités** | **,** | **dixièmes** | **centièmes** | **millièmes** | **…** |  | **Multiplier par 10** |
|  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 |  |  |
|  |  |  | 1 |  | 1 | 1 |  |  |  |

On contrôle que  ;  ; .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **…** | **centaines** | **dizaines** | **unités** | **,** | **dixièmes** | **centièmes** | **millièmes** | **…** |  | **Multiplier par 0,1** |
|  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  |  |  |
|  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  |  |

On contrôle que  ; etc.

La donnée d’une table de multiplication de ces nombres entre eux, sous forme fractionnaire ou décimale, peut être profitable. En effet, ces tableaux permettent de visualiser comment on passe d’une case à l’autre, horizontalement ou verticalement, ce qui peut contribuer aussi à ancrer l’apprentissage.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | 0,1 | 0,01 | 0,001 |
| 10 | 1 |  |  |  | 10 | 1 | 0,1 | 0,01 |
| 100 | 10 | 1 |  |  | 100 | 10 | 1 | 0,1 |
| 1000 | 100 | 10 | 1 |  | 1000 | 100 | 10 | 1 |

* **Produit d’un décimal par un entier**

Le sens doit être construit avant tout. Celui-ci peut avoir un moteur uniquement interne pour les élèves ayant déjà un certain degré de maîtrise abstraite : multiplier un décimal par un entier, c’est ajouter plusieurs fois ce décimal.

Ainsi, , c’est par définition .

Il est toutefois préférable de recourir à une contextualisation externe évocatrice, comme par exemple : « *Un kilo de pommes coûte 1,27 euro. Combien coûtent 5 kg ?* ».

Une approche consiste à travailler avec la décomposition : 1,27, c’est 1 unité, 2 dixièmes, et 7 centièmes.

Donc , c’est 5 unités, 10 dixièmes et 35 centièmes.

10 dixièmes, c’est 1 unité ; 35 centièmes, c’est 3 dixièmes et 5 centièmes.

On obtient au total 6 unités, 3 dixièmes et 5 centièmes, soit 6,35.

(le raisonnement qui précède est conduit dès le CM2).

L’échelle décimale permet de visualiser cela :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **…** | **dizaines** | **unités** | **,** | **dixièmes** | **centièmes** | **…** |  | **Écriture** |
|  |  | 1 |  | 2 | 7 |  |  | 1,27 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 5 |  | 10 | 35 |  |  | résultat |
|  |  | 5 + 1 |  | 0 + 3 | 5 |  |  | regroupement des chiffres |
|  |  | 6 |  | 3 | 5 |  |  | 6,35 |

Cette représentation permet également d’expliquer la multiplication posée, et la question des retenues.

La justification de la technique peut s’effectuer sur cet exemple générique :



* **Produit entre eux des nombres** **,** **,** 

Le calcul de ces produits est délicat à justifier, mais cette justification ne doit pas être passée sous silence, car c’est elle qui fonde le cas général du produit entre eux de deux nombres décimaux.

Prenons le cas du produit . Le calcul peut s’appréhender de deux manières.

1. *En recourant à l’aire d’un carré*

Un carré de côté 1 a pour aire 1. Si l’on divise chaque côté en dix segments de même longueur, chaque segment a pour longueur .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Le carré initial se trouve partagé en 100 petits carrés de côté , dont l’aire, est égale à .

Comme il y a 100 petits carrés analogues, on en déduit que .

Pour les autres produits tels que , on procède de même en découpant la carré initial en 1000 petits *rectangles*. L’image mentale du carré précédent permet de se représenter aisément la situation.

1. *En utilisant l’échelle décimale*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **…** | **centaines** | **dizaines** | **unités** | **,** | **dixièmes** | **centièmes** | **millièmes** | **…** |
|  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |

 Le tableau ci-dessus illustre le fait que .

Un tableau permet de visualiser l’ensemble des résultats, et d’y trouver des liens logiques (les cases grisées correspondent à des résultats qui ne sont pas attendus au niveau du cycle 3) :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | 0,1 | 0,01 | 0,001 |
|  |  |  |  |  | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |
|  |  |  |  |  | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |  |
|  |  |  |  |  | 0,001 | 0,0001 |  |  |

* **Produit entre eux de deux nombres décimaux (fin du CM2-6e)**

Le propos doit être motivé par des exemples issus de contextes de la vie courante.

*Exemples*

1. Un champ rectangulaire mesure 52,4 m de longueur sur 27,5 m de largeur. Quelle est son aire, exprimée en m2?
2. Paul achète 1,450 kg de bœuf à 8,50 euros le kilo. Combien doit-il payer ?
3. Sur autoroute, une voiture consomme en moyenne 5,5 L de gazole aux 100 km. Quelle est sa consommation totale sur un parcours autoroutier de 220 km ?

Le premier exemple raccroche le calcul du produit à un contexte d’aires. Le problème peut donc se traiter de manière analogue à celui du produit des fractions décimales entre elles : une unité de longueur étant choisie, l’unité d’aire est celle d’un carré ayant pour côté cette unité de longueur. La mesure de l’aire d’un rectangle de dimensions 52,4 et 27,5, soit encore  et , s’obtient en découpant le carré unité en petits carrés de côté , et donc d’aire . Il y a  tels petits carrés, soit 144 100. L’aire totale est donc , soit  unités d’aire.

Le deuxième exemple pose le problème dans le cadre d’une situation de proportionnalité. La démarche consiste à voir que 1,450 kg, c’est 1 kg  kg  kg, et à déterminer successivement :

* le prix de 1 kg, soit  ;
* le prix de  kg, soit  de 8,50 €, soit 4 fois  de 8,50 €, donc  ;
* le prix de  kg, soit  de 8,50 €, soit 5 fois  de 8,50 €, donc .

Il reste à additionner chacune de ces quantités ; on trouve 12,325 €.

On peut, en comparant cela au résultat qu’affiche une calculatrice pour le calcul de , conclure qu’une démarche plus économique consiste à étendre la multiplication d’un décimal par un entier à celle par un autre nombre décimal.

Le troisième exemple est un calcul de quatrième proportionnelle.

Une démarche consiste à considérer que : .

* pour 200 km, la consommation est de L, soit 11 L.
* pour 20 km, comme , la consommation est de  L, soit 1,1 L.

Il reste à additionner chacune des deux quantités ; on obtient 12,1 L.

On peut aussi considérer que 220 km, c’est 2,2 fois plus que 100 km, donc la consommation sur un parcours de 220 km est 2,2 fois supérieure à 5,5 L. On peut alors développer le calcul comme dans le deuxième exemple.

De façon plus abstraite – et ce n’est pas un objectif au cycle 3 – on peut justifier le calcul du produit de deux décimaux en dehors de tout contexte qui lui donne du sens.

En voici le détail sur un exemple générique le calcul du produit .



Pour des compléments, on peut consulter avec profit :

* le document ressource *Le nombre au cycle 3*, annexé au programme de 2008 du 1er degré, et disponible sur *Éduscol* à l’adresse :

<http://eduscol.education.fr/cid58979/les-principaux-elements-de-mathematiques.html#lien1>

* le document ressource *Le calcul numérique au collège*, annexé au programme de 2008, et disponible sur *Éduscol* à l’adresse :

<http://eduscol.education.fr/cid45766/mathematiques-pour-le-college-et-le-lycee.html>