

SANGAKU

Partie A : Préliminaires

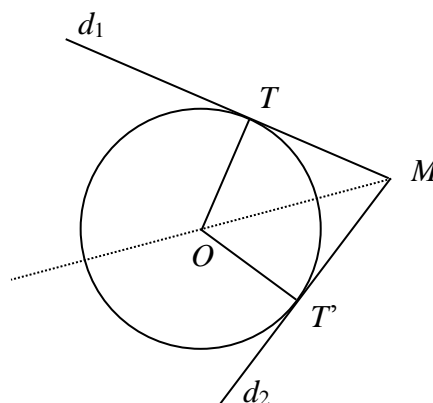
I –

Sur la figure ci-contre :

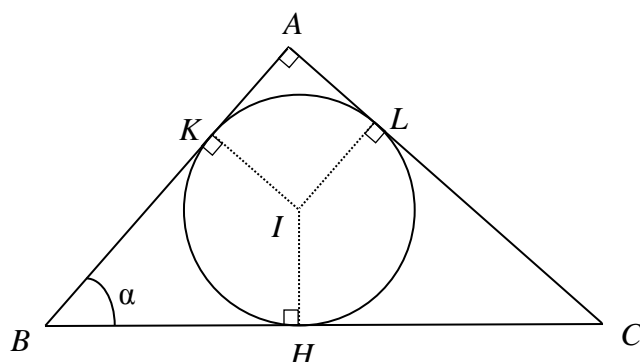
d_1 et d_2 sont les tangentes au cercle menées par M .

T et T' sont les points de tangence.

Démontrer en utilisant deux fois le théorème de Pythagore que $MT = MT'$



II –



ABC est un triangle rectangle en A .

I est le centre du cercle inscrit au triangle, de rayon r .

H , K et L sont les points de tangence.

1°) Montrer que $BA = BH + r$ et $CA = CH + r$.

2°) Dédurre des questions précédentes que $r = \frac{AB + AC - BC}{2}$

Partie B : Configuration sur Geoplan

1°) Construction de la figure :

Etape 1 : Créer deux points libres dans le plan : A et B .

Créer / Point / Point libre / Dans le plan

Etape 2 : Créez le point U image du point B dans la rotation de centre A et d'angle 90° .

Créer / Point / Point image par / rotation (angle mesuré)

Etape 3 : Créer le point C sur la demi-droite $[AU)$.

Créer / Point / Point libre / Sur une demi-droite

Etape 4 : Créez les segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

Créer / Ligne / Segments

Etape 5 : Créez le point D pied de la hauteur issue de A sur $[BC]$.
Créer / Point / Point image par /projection orthogonale

Etape 6 : Créez le segment $[AD]$.

Etape 7 : Créer (c) le cercle inscrit au triangle ABC , (c_1) le cercle inscrit au triangle ABD et (c_2) le cercle inscrit au triangle ADC .

Créer / Ligne / Cercle / inscrit

Etape 8 : Créer et afficher (2 décimales) les rayons r , r_1 et r_2 des cercles (c) , (c_1) et (c_2) respectivement.

Créer / Numérique / Calcul géométrique / Rayon d'un cercle

Créer / Affichage / Variable numérique déjà définie

2°) Un résultat :

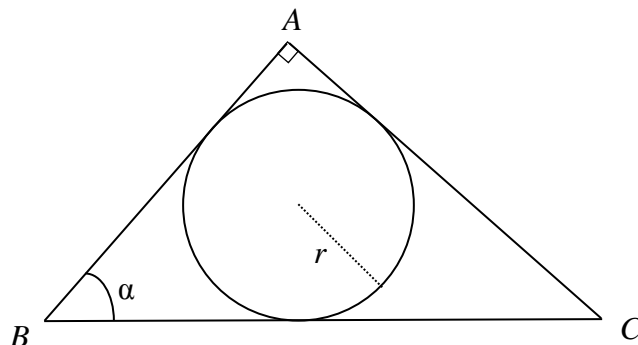
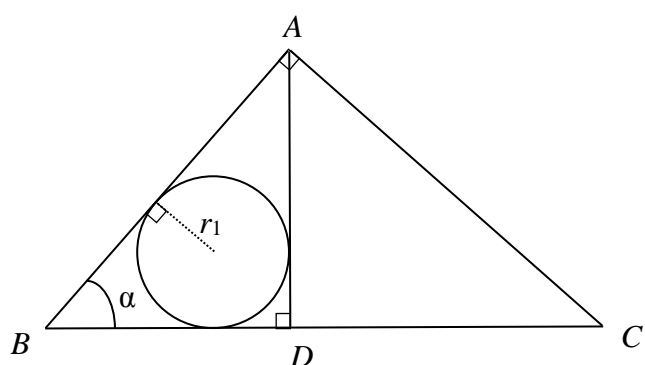
Etape 9 : Créer et afficher les calculs : $S = r_1^2 + r_2^2$ et $R = r^2$.

Créer / Numérique / Calcul algébrique

Créer / Affichage / Variable numérique déjà définie

Que pouvez vous en conclure ?

Partie C : Un résultat particulier



On utilise la figure réalisée précédemment avec Geoplan.

1°) En vous inspirant de la partie A, écrire r_1 en fonction de AB , AD et BD .

2°) Soit α l'angle \widehat{ABD} .

Écrire r_1 en fonction de $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ et AB .

3°) De même écrire r en fonction de $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ et BC .

4°) En déduire le rapport $\frac{r_1}{r}$ en fonction de $\frac{BA}{BC}$, puis r_1 en fonction de r , BA et BC .

Puis établir une relation équivalente avec r_2 en fonction de r , AC et BC .

5°) Montrer que $r_1^2 + r_2^2 = r^2$.