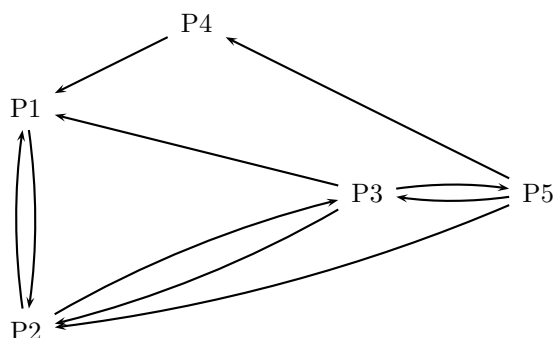


## Pertinence d'une page Web L'algorithme PageRank

### Exercice 1

On s'intéresse au graphe orienté ci-dessous, représentant un ensemble de 5 pages internet et de leurs liens hypertexte.



#### Partie A – Comptage naïf et comptage pondéré

1. Classer les pages par ordre de pertinence selon le comptage naïf.
2. Classer les pages par ordre de pertinence selon le comptage pondéré.

#### Partie B – Comptage récursif

On considère un surfeur suivant une marche aléatoire sur ce graphe. Pour tout entier naturel  $p$ , on note  $U_p$  la matrice ligne donnant la loi de probabilité de la position du surfeur à l'étape  $p$ .

1. Déterminer la matrice  $A$  telle que  $U_{p+1} = U_p \times A$ .
2. Préciser la nature et les éléments caractéristiques de la suite de matrices lignes  $(U_p)_{p \in \mathbf{N}}$ .
3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel ou d'une calculatrice, déterminer la limite de la suite des puissances de  $A$ .
4. En déduire, en justifiant, le classement des pages par ordre de pertinence selon le comptage récursif.

#### Partie C – Comptage récursif avec saut direct

Dans cette partie, on considère que le surfeur utilise un saut direct vers une des pages du graphe avec une probabilité égale à 0,15. On conserve les mêmes notations que dans la partie précédente.

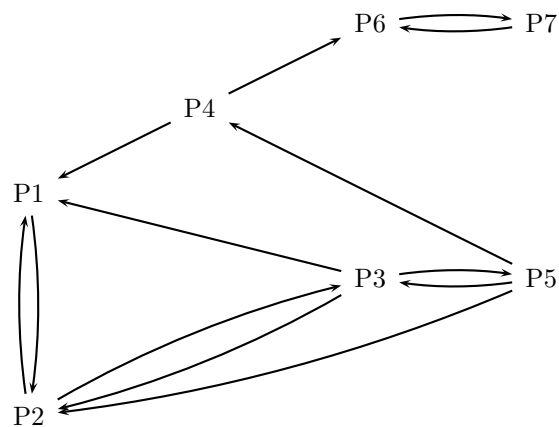
1. Déterminer la matrice  $B$  telle que  $U_{p+1} = U_p \times B$ .
2. Préciser la nature et les éléments caractéristiques de la suite de matrices lignes  $(U_p)_{p \in \mathbf{N}}$ .
3. À l'aide d'un logiciel de calcul formel ou d'une calculatrice, déterminer la limite de la suite des puissances de  $B$ .
4. En déduire, en justifiant, le classement des pages par ordre de pertinence selon le comptage récursif avec saut direct.
5. Comparer les classements obtenus avec les différents modes de comptage.

#### Partie D – Une modification malheureuse

On ajoute maintenant au graphe précédent deux pages, P6 et P7, ainsi que les liens  $P4 \rightarrow P6$ ,  $P6 \rightarrow P7$  et  $P7 \rightarrow P6$ .

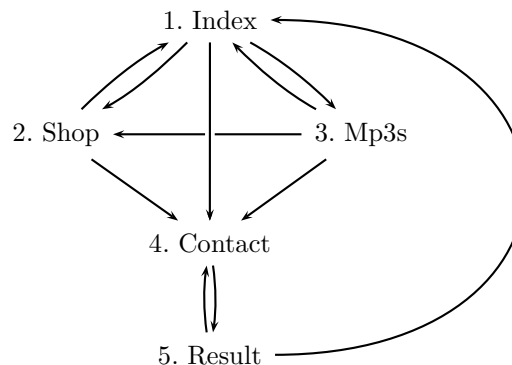
1. Étudier la pertinence des pages de ce nouveau graphe avec le comptage récursif.  
Qu'observe-t-on?
2. Étudier la pertinence des pages de ce nouveau graphe avec le comptage récursif avec saut direct.  
Observe-t-on le même phénomène qu'avec le mode de comptage précédent?

Un graphe à 7 sommets :



## Exercice 2

Un groupe de musique a mis en place un site internet selon le plan ci-dessous, où les flèches représentent des liens hypertexte.



- La page **Index** est la page d'accueil du site. Elle renvoie vers les pages Shop, Mp3s et Contact.
- La page **Shop** offre des produits en vente directe. Elle renvoie vers les pages Index et Contact.
- La page **Mp3s** propose des titres en écoute. Elle renvoie vers les pages Shop, Index et Contact.
- La page **Contact** présente un formulaire permettant d'envoyer un message au webmaster du site. Elle renvoie automatiquement sur la page Result.
- La page **Result** est une page d'accusé d'envoi du message de la page Contact. À partir de cette page, on peut revenir vers la page Contact ou aller à la page Index.

Le concepteur du site souhaite que les moteurs de recherche renvoient en premier lieu la page d'accueil.

1. Calculer la pertinence de chacune des pages de ce site selon les différents modes de comptage.
2. Selon le type de comptage utilisé, l'objectif du concepteur est-il atteint?
3. Proposer une modification du site permettant de corriger ce problème.