

Socle commun

Former et évaluer les élèves dans la classe de mathématiques

Première partie - Considérations générales

« On ne peut évaluer ses compétences dans un domaine que l'on ne connaît pas. »

Jean-Louis ÉTIENNE

I – Une nouveauté importante au collège

1. Un brevet plus complet

Pour les élèves des établissements publics et privés sous contrat, deux nouveautés interviennent lors de la session 2011 du brevet. Tout d'abord, une épreuve orale d'histoire des arts (coefficient 2) s'ajoute aux épreuves écrites existantes. Enfin, pour être déclarés admis, les candidats doivent obtenir une moyenne d'au moins 10 sur 20 sur l'ensemble des notes, ainsi que la validation du socle commun (arrêté du 9 juillet 2009, article 2).

Il est possible qu'à l'issue de sa scolarité au collège, un élève ne maîtrise pas toutes les compétences du socle commun. Il doit néanmoins se présenter aux épreuves du DNB, où le suit son attestation de palier 3, dressant un bilan précis des points acquis et non acquis. Au vu de ce document et des notes obtenues, le jury apprécie s'il est néanmoins possible de lui délivrer le brevet. La délivrance du diplôme vaut alors attestation globale de maîtrise du socle commun.

2. Attestation, livret de compétences, autres documents officiels

L'attestation du palier 3 (fin de scolarité obligatoire), est organisée en sept compétences, elles-mêmes déclinées en un certain nombre de domaines (en gras sur l'attestation), qui sont subdivisés en items. C'est la terminologie en vigueur. Les règles de validation sont les suivantes :

- pour attester la maîtrise d'une compétence, on évalue la maîtrise de chacun des items qui la composent, sans exiger de l'élève qu'il les maîtrise tous ;
- pour attester la maîtrise du socle commun, toutes les compétences doivent être validées, aucune ne pouvant en compenser une autre.

Le livret personnel de compétences (BO n° 27 du 8 juillet 2010) comprend les trois attestations (palier 1, CE1, palier 2, CM2, palier 3) ainsi que certaines attestations complémentaires : APER (attestation de première éducation à la route), ASSR (attestations scolaires de sécurité routière) niveaux 1 et 2, APS (attestation aux premiers secours), PSC1 (prévention et secours civiques niveau 1).

Le mode d'emploi pour sa mise en œuvre au collège, destiné aux enseignants et au personnel d'encadrement, est édité sous la forme d'un fascicule intitulé « *Repères pour la mise en œuvre du livret personnel de compétences* », qui est remarquable par sa précision et sa simplicité. Un diaporama qui reprend les mêmes idées est disponible sur le site Eduscol, il a été envoyé dans chaque établissement (adresse : <http://eduscol.education.fr/cid52824/diaporama-de-presentation.html>).

3. Les documents ressource

Il existe des documents nationaux, tous disponibles sur Éduscol.

a) Les grilles de référence du palier 3.

Une première version de ces grilles date d'octobre 2007. Ces grilles, reprises en septembre 2009, ont été réactualisées en novembre 2010. Pour chaque compétence, elles détaillent les items et précisent quelles disciplines participent à l'évaluation de la compétence. La version réactualisée est beaucoup plus détaillée, elle mentionne chaque item (colonne 1), une explicitation des items (colonne 2), des indications pour l'évaluation (colonne 3). Fin 2010, ces grilles étaient achevées pour les compétences 1, 2, 3, 4, 5, en cours d'achèvement pour les compétences 6 et 7.

b) Des documents ressource, la plupart actualisés en novembre 2010

Pour la compétence 2, un DVD ressource a été élaboré.

Pour la compétence 4, un texte a été actualisé sur le B2i.

Pour la compétence 3, sont disponibles :

- un tableau synoptique « aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités », élaboré pour faciliter une évaluation progressive de la 6^e à la 3^e, sur l'ensemble des items de la compétence 3 ;
- un vade-mecum, commun aux quatre disciplines scientifiques. Ce document est issu de la refonte de deux documents séparés qui existaient auparavant, l'un pour les mathématiques, l'autre pour les principaux éléments de la culture scientifique et technologique. Il décline un certain nombre de pistes pour diversifier la pratique pédagogique, et pour évaluer les élèves (coopération entre les quatre disciplines, critères et indicateurs), il développe également la notion de tâche complexe ;
- le vade-mecum de septembre 2009 consacré aux seules mathématiques contient des exemples intéressants dont certains sont directement exploitables en classe ; il reste un document de référence ;
- une banque de problèmes de mathématiques (septembre 2009) ;
- une banque de situations pour les sciences et la technologie, qui sont soit disciplinaires soit interdisciplinaires ;
- la maquette d'une fiche de préparation pour permettre aux professeurs d'élaborer d'autres situations.

Dans l'académie de Dijon, un texte de cadrage a été envoyé dans chaque collège. Une grille indicative élaborée par les inspecteurs a été envoyée aux professeurs de mathématiques pour leur proposer une méthodologie de l'évaluation du socle (voir § 5).

4. Évaluation, validation

Le livret personnel de compétences, avec ses fiches repères pour la mise en œuvre au collège, a le mérite de dessiner en quelques mots les contours de ces deux problématiques, mais aussi leur différence. Le tableau de l'annexe de ce livret (fiche 4) est reproduit ci-après.

ÉVALUER	VALIDER
= donner une valeur	= déclarer valide
Acte pédagogique qui s'inscrit dans le cadre de la relation enseignant-élève.	Acte institutionnel qui engage le validateur (enseignant, équipe, chef d'établissement) pour l'institution.
Acte répété qui ponctue les apprentissages et s'inscrit dans la pratique ordinaire de la classe (contrôles, devoirs, observations). Permet la mesure des progrès et doit servir la mise en place de remédiation.	Acte définitif. (On ne revient pas sur une validation.)
La valeur attribuée donne lieu à une note, une appréciation, une pastille de couleur, ...	La validation est binaire : OUI/NON.
Qui évalue ? Chacun dans son enseignement : <ul style="list-style-type: none"> • enseignant, documentaliste ; • CPE ; • élève (autoévaluation). 	Qui valide ? Une équipe (ou son représentant).
Acte le plus souvent individuel.	Décision collégiale prise à partir des regards croisés des évaluateurs.

5. Une méthodologie de l'évaluation en continu

« Plusieurs disciplines étant concernées par une même compétence, une discipline étant concernée par plusieurs compétences, un travail concerté au sein de l'équipe d'enseignants permettra de s'accorder sur les attentes de chaque professeur pour un même libellé.

Chaque professeur définit les items qui feront l'objet d'une évaluation. Il peut alors, pour ses élèves, les expliciter, les reformuler et aussi préciser les critères de réussite [...]. » (Fiche repère n° 5.)

Le choix par chaque discipline des items sur lesquels elle va travailler est donc un préalable indispensable. À l'issue de ce choix, il est souhaitable que chaque professeur de mathématiques rassemble les items choisis dans une grille nominative, qui suivra chaque élève sur l'ensemble des deux années (4^e et 3^e) ou éventuellement trois années, si l'on commence en 5^e. En effet, comme il est précisé dans le document de cadrage, « l'attestation de maîtrise des connaissances et des compétences ne doit pas être utilisée comme un outil d'évaluation. Il revient à chaque discipline d'élaborer ses propres documents d'évaluation des compétences pour chaque élève ». Les grilles de référence nationales donnent des pistes pour organiser les grilles disciplinaires, mais sont volumineuses et trop ramifiées pour être opérationnelles ; une grille moins encombrante s'impose, une page au format A4 doit suffire.

La grille qui a été diffusée en janvier 2010 (voir site pédagogique de l'inspection régionale) n'est qu'un exemple, elle comprend les items qui sont du seul ressort du professeur de mathématiques, mais aussi d'autres items pour lesquels le professeur de mathématiques intervient avec d'autres. Elle peut être utilisée en l'état ou modifiée et affinée selon le principe d'autonomie laissé aux établissements. Pour cela, un exemplaire sous forme numérique aux formats Word et Open Office est disponible sur le site. Il est indispensable qu'une grille unique soit adoptée au sein de chaque collège par tous les professeurs de mathématiques de l'établissement.

La grille utilisée en mathématiques est tenue à jour par le professeur, mais doit pouvoir être consultée par l'élève et les parents, c'est une condition indispensable pour que l'élève demeure acteur dans son processus de formation, et donc pour que l'évaluation des compétences revête un caractère formatif. Pour les collèges disposant d'une plate-forme numérique consultable à distance,

les grilles disciplinaires pourront y être déposées. La grille-élève est la même de la 4^e à la fin de la 3^e, il faudra faire en sorte qu'elle puisse suivre l'élève d'une année sur l'autre durant sa scolarité au collège.

La colonne « Évaluations » comprend un certain nombre de cases correspondant à des moments d'évaluation répartis sur les deux années ; ces « moments » peuvent correspondre à des contrôles écrits traditionnels pour certaines compétences, à d'autres formes d'évaluation pour d'autres, le choix à opérer s'inscrit dans le cadre de la liberté pédagogique de chacun. Le nombre de cases a été fixé à huit (cinq pour le niveau 4^e, trois pour le niveau 3^e), mais ce nombre peut être modifié au gré des équipes, et n'est pas forcément le même pour chaque item. La case est cochée uniquement en cas de réussite de l'élève, elle est laissée en blanc sinon, ce qui est une façon d'adopter une évaluation positive pour l'élève. Les équipes décideront que la compétence est globalement validée pour le palier 3 à partir d'un certain nombre de cases cochées (par exemple, on peut décider que trois cases cochées valident complètement une compétence comportant huit moments d'évaluation) ; le mode de validation de chaque compétence doit être décidé par l'ensemble des professeurs de mathématiques d'un même collège, et doit être clairement consigné dans la colonne « Validation ».

Il est important que les moments d'évaluation soient répartis dans le temps, ce qui est la meilleure façon d'agir entre deux « moments » pour conforter les acquis de l'élève sur un sujet donné : l'élève qui sait à tout moment où il en est peut travailler ses points faibles, les enseignants peuvent mettre en place des dispositifs individualisés (soutien, devoirs à la maison différenciés, travaux dirigés adaptés, ...).

II – Former et évaluer à partir de situations complexes

1. Qu'est-ce qu'une situation complexe ?

« Maîtriser le socle commun de connaissances et de compétences, c'est être capable de mobiliser ses acquis dans des tâches et des situations complexes, à l'École puis dans sa vie ... »

(Préambule du socle commun).

Une tâche complexe est une tâche qui demande d'articuler plusieurs tâches simples qui ne sont pas précisées. C'est le cas en particulier :

- dans une tâche où le contexte ne permet pas d'identifier le champ disciplinaire concerné (ou lorsque celui-ci est masqué dans une situation de la vie courante) ; le vade-mecum mentionne notamment l'intérêt des tâches contextualisées ;
- dans une tâche où la discipline est bien identifiée, mais où l'outil de résolution n'est pas indiqué ;
- dans une tâche où la discipline est bien indiquée mais qui fait appel à des connaissances, capacités et attitudes nombreuses et diverses ; l'écriture d'un conte, d'une poésie, en sont des exemples dans la classe de français ;
- dans une tâche où plusieurs disciplines interviennent (situation interdisciplinaire). Le fait de « monter » une pièce de théâtre est un exemple type (français, technologie et arts plastiques pour les décors et costumes, musique et chants, ...).

L'intérêt de travailler avec des situations complexes est rappelé dans le fascicule « *Repères pour la mise en œuvre au collège du livret personnel de compétences* » dans la fiche 4. Le vade-mecum donne des exemples de mises en œuvre dans les quatre disciplines, propose des pistes pour aider les élèves les plus faibles ainsi que pour l'évaluation en général.

Les tâches simples incitent à reproduire des procédures apprises, elles trouvent leur intérêt dans la phase d'apprentissage d'une notion (exemple : appliquer le théorème de Thalès, connaître la règle

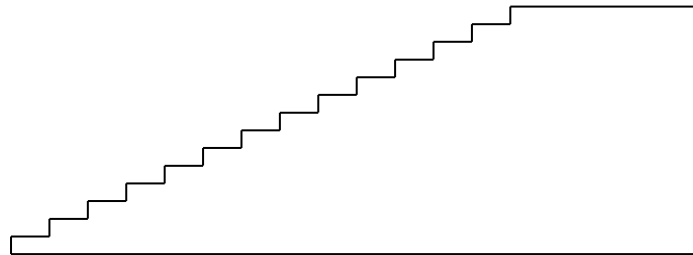
d'accord du participe passé, ...) et permettent d'évaluer la micro-compétence correspondante. Les tâches complexes donnent davantage d'initiative à l'élève, en ne dévoilant pas la procédure à employer ; elles sont de ce fait plus motivantes, permettent de mettre en jeu davantage de compétences, et donnent au professeur l'occasion de délivrer des aides ciblées.

2. Exemples disciplinaires en mathématiques

Exemple 1 (*vade-mecum*, version de septembre 2009)

Une personne vient d'acheter une maison, elle veut vérifier que l'escalier permettant d'accéder à l'étage est conforme aux normes. Les normes imposent que la hauteur d'une marche doit être comprise entre 17 cm et 20 cm. La personne dispose du schéma ci-dessous représentant l'escalier, qui comporte 14 marches identiques.

L'escalier est-il conforme aux normes ?



Hauteur totale 252 cm

Profondeur totale 400 cm

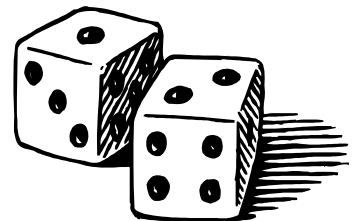
Cette situation n'est pas *a priori* un problème de

mathématiques, mais une situation de la vie courante qui ne se situe pas d'emblée dans un champ disciplinaire. C'est l'analyse de la situation qui la ramène dans le champ des mathématiques.

Exemple 2 – Les dés à jouer (*d'après PISA 2003*)

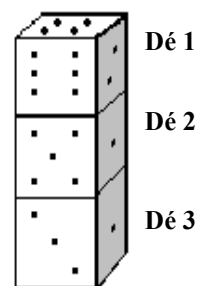
Le dessin à droite représente deux dés.

Les dés sont des cubes avec des faces numérotées selon la règle suivante : la somme des points figurant sur deux faces opposées doit toujours être égale à 7.



Vous voyez à droite trois dés empilés les uns sur les autres. Le dé 1 a quatre points sur sa face supérieure.

Combien de points y a-t-il **en tout** sur les cinq faces horizontales que vous ne pouvez pas voir (la face inférieure du dé 1 et les faces supérieures et inférieures du dé 2 et du dé 3) ?



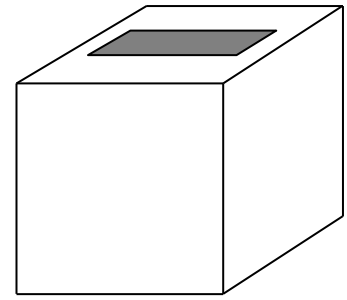
Sur cet exemple, on identifie clairement qu'il s'agit d'un problème de mathématiques. Le cours de mathématiques n'offre cependant aucun outil de résolution privilégié, les compétences mises en œuvre s'articulent autour de la compréhension de l'énoncé (« somme des points figurant sur des faces opposées ... »), d'une bonne vision dans l'espace, et de l'organisation du calcul.

Exemple 3 – Tirelire (d’après Rallye de Bourgogne)

Dans un cube de bois de côté 10 cm, on envisage de percer de part en part une fente rectangulaire parallèlement aux arêtes du cube.

Sur les faces, la fente apparaît comme un rectangle de 8 cm sur 2 cm qui a le même centre que la face.

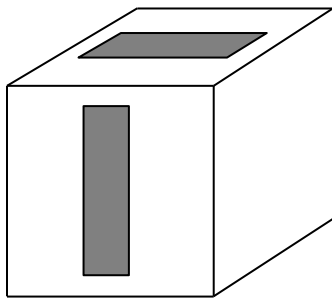
Quel est le volume restant ?



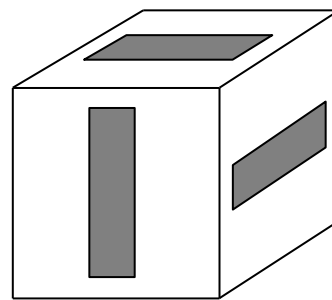
Cet exercice relève sans ambiguïté des mathématiques. Les compétences mises en jeu pour le résoudre sont nombreuses :

- les connaissances : aire d’un rectangle, volume du cube, du pavé droit ;
- les capacités : imaginer, voir dans l’espace, dessiner éventuellement la partie évidée, concevoir sa nature ;
- les attitudes : initiative, recherche, éventuellement savoir travailler en groupe,

Il se prête bien à une différenciation pédagogique, en délivrant des aides à la demande, et on peut aussi proposer aux élèves qui l’ont résolu deux versions graduellement plus difficiles, à chercher en classe ou à la maison :



Version 2 : Tirelire-lire (avec 2 fentes)



Version 3 : Tirelire-lire-lire (avec 3 fentes)

3. Exemples interdisciplinaires faisant intervenir les mathématiques

Exemple 1 – Un problème, trois solutions

Dans son ouvrage *Summa de Arithmetica, Geometrica, Proportio et Proportionalita* (1494), Luca Pacioli a proposé un problème, dont voici une version adaptée pour le collège :

« Deux joueurs ont misé chacun 42 ducats dans un jeu où seul le hasard intervient, et où le premier qui a gagné 5 parties empoche la totalité de l’enjeu. Le jeu est interrompu alors qu’un joueur a gagné 4 parties et l’autre 3. Pour être équitable, quelle somme doit récupérer chaque joueur ? »

Luca Pacioli a donné sa solution : « Il faut répartir les enjeux proportionnellement aux gains réalisés par chacun des joueurs. »

Nicolo Tartaglia a critiqué la solution de Pacioli : « Si un joueur avait gagné 1 partie et l’autre 0 au moment de l’interruption, le premier joueur empocherait la totalité de l’enjeu, ce qui est inéquitable puisque le deuxième joueur a encore de bonnes chances de l’emporter. »

Geronimo Cardan a donné sa solution : « Il faut répartir les enjeux en fonction du nombre de parties qui restent à gagner par chaque joueur. »

Blaise Pascal, qui a réfléchi à un problème analogue posé par le Chevalier de Méré, donne une solution du type suivant : « Supposons que les joueurs aient pu jouer une partie supplémentaire. Si le joueur en retard gagne cette partie fictive, ils sont à égalité et chacun doit retirer sa mise initiale de 42 ducats. Si le joueur en avance gagne cette partie fictive, le jeu est terminé et ce joueur empoche la totalité des 84 ducats. Ce dernier doit donc empocher au moins 42 ducats et, puisqu'il a une chance sur deux de gagner, la moitié des 42 ducats restants, soit 63 ducats. »

1. Faire une recherche documentaire sur les cinq personnages mentionnés : époque, pays, principaux travaux, ...
2. Selon Luca Pacioli, quelle somme doit retirer chacun des joueurs ? Et selon Cardan ? Et selon Pascal ?
3. La critique de Tartaglia semble-t-elle raisonnable ?
4. Quelle solution vous paraît-elle la meilleure ?

Cet exercice peut être utilisé pour introduire les probabilités, mais pas seulement. Il fait appel aux mathématiques (proportionnalité, probabilités), mais aussi à la compréhension du texte, à l'histoire et à la recherche documentaire.

Exemple 2

Un exposé est par nature une situation complexe interdisciplinaire.

La recherche documentaire peut impliquer le CDI, l'écriture fait intervenir la maîtrise de la langue. L'aptitude à travailler en groupe est également sollicitée.

Exemple 3 – Perspectives

Voici deux reproductions de tableaux :

Un « Moronubu » (Japon, XVII^e siècle)



La « cité idéale » de Piero della Francesca (1412-1492) :



Ces documents peuvent occasionner un travail intéressant sur la perspective parallèle (1^{er} tableau) et un autre type de perspective (centrale, 2^{ème} document).
On peut solliciter l'histoire, l'art, le dessin, la recherche documentaire, la géométrie.

Exemple 4 – Mathématiques, Sciences Physiques, SVT

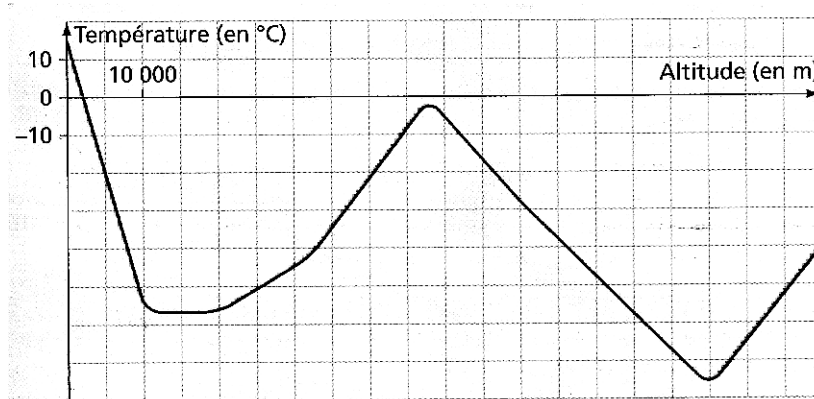
Le tableau suivant donne la température de l'air en fonction de l'air dans la troposphère en fonction de l'altitude :

Altitude en km	0	1	2	3	5	8	10
Température en °C	15	8,5	2	-4,5	-17,5	-37	-50
Baisse de température par rapport au sol	0	6,5

Peut-on dire qu'il y a proportionnalité entre la baisse de température et l'altitude ?
De combien la température baisse-t-elle par km ?
De combien a baissé la température de l'air par rapport à celle du sol à 4 km d'altitude ?

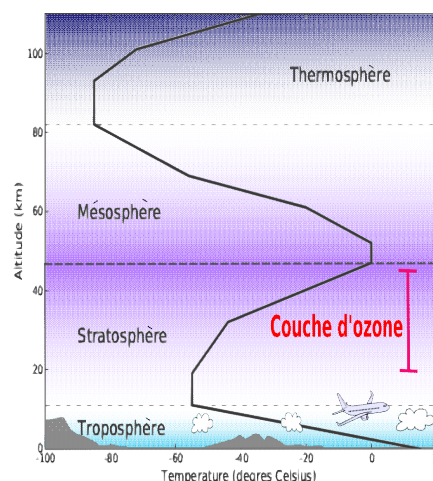
Complément (d'après Math 3^e – Edition Bréal)

Des instruments emportés par des ballons remplis d'hélium ou par des satellites ont permis de faire des mesures plus précises et de représenter le graphique ci-dessous. Jusqu'à quelle altitude la température décroît-elle ? Que se passe-t-il ensuite ?



Le graphique précédent représente la température en fonction de l'altitude, il est habituel dans les ouvrages de mathématiques.

On rencontre fréquemment dans d'autres ouvrages (sciences appliquées, géographie, ...) d'autres graphiques non fonctionnels pour représenter une relation de dépendance (un exemple est représenté ci-contre).



Il ne faut pas hésiter à proposer aux élèves de lire ce type de représentation, c'est une bonne façon de les aider à décrypter des informations graphiques variées et d'établir un pont entre disciplines.

C'est aussi une façon de mettre en pratique l'esprit du socle, rappelé dans l'extrait ci-après du texte fondateur :

« La spécificité [du socle] réside dans la volonté de donner du sens à la culture scolaire fondamentale, en se plaçant du point de vue de l'élève et en construisant les ponts indispensables entre les disciplines et les programmes. »

Exemple 5 – Déchets (d'après PISA)

Pour un devoir portant sur l'environnement, des élèves ont recueilli des informations sur le temps de décomposition des différents types de déchets que les gens jettent :

Type de déchets	Temps de décomposition
Peau de banane	1–3 ans
Pelure d'orange	1–3 ans
Boîtes en carton	0,5 année
Chewing-gum	20–25 ans
Journaux	Quelques jours
Gobelets en polystyrène	Plus de 100 ans

Un élève envisage de présenter ces résultats sous forme d'un diagramme en bâtons.

Donnez **une** raison pour laquelle le diagramme en bâtons ne conviendra pas pour présenter ces données.

Cette situation fait intervenir les mathématiques, mais oblige à réfléchir sur le contexte, et peut être envisagé dans le cours de SVT.

Exemple 6 - Sécurité routière (Banque pour la culture scientifique)

Situation : Nous avons appris, dans le cadre de l'éducation à la sécurité routière, que la distance de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse. Mais comment varie cette distance en fonction de la vitesse ?

1. La distance d'arrêt D_a est la distance parcourue par un véhicule entre le moment où le conducteur perçoit un obstacle et l'arrêt complet du véhicule. Elle est la somme entre deux termes :
$$D_a = D_r + D_f.$$

 D_r est la distance de réaction. C'est la distance parcourue par le véhicule entre le moment où le conducteur voit l'obstacle et celui où il commence à freiner.
 D_f est la distance de freinage. La distance de freinage dépend de la vitesse du véhicule, de l'état du véhicule et de l'état de la chaussée.
2. Le tableau suivant présente la distance de freinage sur route sèche d'un véhicule correctement entretenu ainsi que la distance de réaction pour un automobiliste dont le temps de réaction est de 1 seconde pour différentes vitesses (notée v) du véhicule.

v (en km/h)	0	30	60	90	100	110	130
D_f (en m)	0	5,6	22,2	50,0	61,7	74,7	104,3
D_r (en m)	0	8,3	16,7	25,0	27,8	30,6	36,1

Consignes données à l'élève

À l'aide d'un tableur, réaliser un graphique qui vous permettra de répondre à la question suivante :
la distance de freinage d'un véhicule croît-elle proportionnellement à la vitesse ?

Répondre par écrit à cette question en justifiant la réponse. (cercle, équilatéral ou rectangle).