

# OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2004

CLASSE DE PREMIERE

DUREE : 4 heures

*Les quatre exercices sont indépendants.  
Les calculatrices sont autorisées.*

## **EXERCICE 2.**

On définit pour chaque couple de réels  $(a ; b)$  la fonction  $f$  par  $f(x) = a - \sqrt{x + b}$ .

Deux nombres réels  $u$  et  $v$  distincts sont dits *échangeables* s'il existe au moins un couple de réels  $(a ; b)$  tel que la fonction  $f$  vérifie à la fois  $f(u) = v$  et  $f(v) = u$ .

- 1) Montrer que 2 et 3 sont *échangeables*.
- 2) Peut-on en dire autant de 4 et de 7 ?
- 3) A quelle condition deux entiers  $u$  et  $v$  sont-ils *échangeables* ?