

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2005 ; CORRIGE

EXERCICE 1. Le lièvre et la tortue.

Le lièvre se déplace 363 fois plus vite que la tortue. Lorsque la tortue a parcouru une moitié du circuit, le lièvre a parcouru, lui, 363 moitiés de circuit, c'est-à-dire 181 « tours complets » et un demi circuit, à l'issue duquel les deux animaux se croisent. Le lièvre a donc dépassé 181 fois la tortue (à chaque passage sur une boucle de rang pair de son parcours), et l'a croisée une fois au carrefour : ce premier demi circuit de la tortue génère donc 182 « dépassements ou croisements ».

Au second demi circuit effectué par la tortue, le même raisonnement s'applique (la position initiale étant comptabilisée dans le décompte précédent), et ainsi de suite. Ainsi, chaque demi circuit effectué par la tortue génère 182 rencontres, dont 181 dépassements et un seul croisement à la fin. Or $2005 = 11 \times 182 + 3$, donc pour 2005 « croisements ou dépassements », la tortue aura parcouru 11 moitiés de circuit, qui auront généré 11 croisements.

