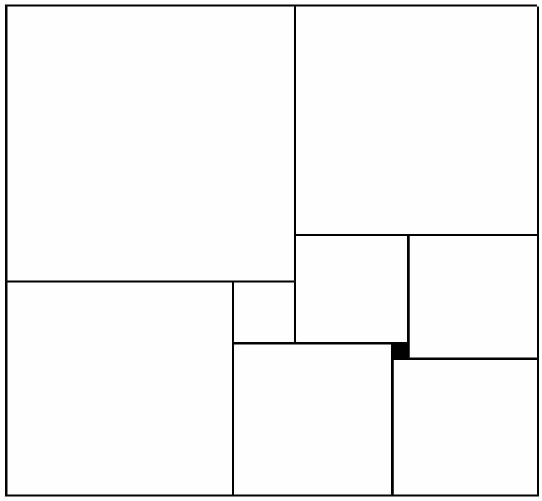
OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2005 ; CORRIGE

EXERCICE 3. Pavage



Pour résoudre cet exercice, il faut partir d'un des carrés jouxtant le carré unité (en noir sur la figure) et de préférence commencer par le plus petit (carré C_1).
Si ce carré C_1 a pour côté **c**, le carré C_2 a pour côté **c + 1**, et le carré C_3 a pour côté **c + 2**. Le carré C_4 a pour côté **c + 3**.
(A chaque fois, on utilise le fait que le carré noir a pour côté **1**)
Ceci permet de déduire que le carré C_5 pour côté **4**. Quant au carré C_6 il a pour côté **2c + 1**. On obtient qu'une des dimensions du rectangle initial est : (**2c + 1**) + (**c + 1**) + (**c + 2**) = **4c + 4**.
Le carré C_7 a pour côté **c + 3 + 4** = **c + 7**. Donc l'autre dimension du rectangle initial est : (**c + 7**) + (**c + 3**) + (**c + 2**) = **3c +12**.
Le dernier carré C_8 a pour côté **c + 7 + 4 =c + 11**.
Finalement deux côtés opposés du rectangle ont pour dimensions :

4c + 4 et (**c + 7**) + (**c + 11**) = **2c + 18**

Les deux côtés étant de même longueur, on a **4c + 4** = **2c + 18** ce qui donne **c** = **7**.
En conclusion, le rectangle initial a pour dimensions **32u et 33u**.