OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2005 ; CORRIGE

EXERCICE 4. Partages

1°) Les triangles *BAE*, *BEF*, *BFC* d'une part et les triangles *DAE*, *DEF*, *DFC* d'autre part ont même hauteur et des bases de même mesure, ils ont donc la même aire. Les quadrilatères cités ont donc également la même aire.

2°) Puisque (*HF*) et (*BD*) sont parallèles, *F* et *H* sont équidistants de la droite (*BD*). Les triangles *BFH* et *DFH* , qui ont en commun le côté [*HF*] ont donc la même aire. L'aire du quadrilatère *DCBF* est la somme des aires des triangles *DFC*, *FCH* et *FHB* ; c'est donc aussi la somme des aires des triangles *DFC*, *FCH* et *DFH*.

Le quadrilatère *DCBF* et le triangle *DHC* ont la même aire égale d'après la question 1°) au tiers de l'aire de *ABCD*. Le même raisonnement permet d'affirmer que l'aire du quadrilatère *ADEB* est la même que celle du triangle *DGA* et donc de conclure.

<u>Remarque</u> :*La question posée se résout bien dans le contexte de la figure donnée en annexe, le raisonnement général est plus délicat car il existe des configurations pour lesquelles les points G et H n'appartiennent plus aux segments [AB] et [BC], il faut alors faire la construction avec la seconde diagonale du quadrilatère. Le cas où le quadrilatère est un parallélogramme est un cas particulier intéressant.*