

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2006      *Eléments de correction*

**EXERCICE 2 : « sur le toit »**

Notons  $A, B, C, D$  les sommets du rectangle,  $M$  le sommet du mât,  $H$  son projeté orthogonal sur le plan du rectangle,  $P, Q, R, S$  les projetés orthogonaux de  $H$  sur les côtés du rectangle, posons  $a = AH, b = BH, c = CH, x = DH$ .  
D'après le théorème de Pythagore, nous avons

d'une part : 
$$a^2 - b^2 = (HP^2 + AP^2) - (HR^2 + BR^2) = HP^2 - HR^2$$

et d'autre part : 
$$x^2 - c^2 = (HP^2 + DP^2) - (HR^2 + CR^2) = HP^2 - HR^2$$

On en déduit :  $x^2 - c^2 = a^2 - b^2$ .

Comme, toujours par Pythagore :

$$MD^2 - MC^2 = (x^2 + MH^2) - (c^2 + MH^2) = x^2 - c^2$$

$$MA^2 - MB^2 = (a^2 + MH^2) - (b^2 + MH^2) = a^2 - b^2 \text{ il en résulte que :}$$

$$MD^2 = MA^2 + MC^2 - MB^2$$

Application numérique : avec  $MA = 7, MB = 1, MC = 4$ , cela donne :  $MD = 8$  mètres.

