OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2006 ***Eléments de correction***

EXERCICE 4 : « *les cylindres en papier* »

1) Le premier cylindre a pour hauteur 29,7 cm et pour rayon de base $\frac{21}{2\pi}$ cm, son volume V_1 est donc $V_1 = \frac{21^2}{4\pi} \times 29{,}7 \approx 1042\,\text{cm}^3$. Le second cylindre a pour hauteur 21cm et pour rayon de base $\frac{29{,}7}{2\pi}$ cm, son volume V_2 est donc : $V_2 = \frac{29{,}7^2}{4\pi} \times 21 \approx 1474 cm^3$. Les deux cylindres n'ont pas le même volume.

2) Dans une feuille de papier de format A4, on enlève deux triangles de mêmes dimensions, on dispose donc d'un parallélogramme dont l'aire est $A = 21(29{,}7 - x) = h\sqrt{21^2 + x^2}$

   Le premier cylindre a pour hauteur 21cm et pour rayon de base $\frac{(29{,}7 - x)}{2\pi}$ .Son volume est donc

   $V_1(x) = \frac{(29{,}7 - x)^2}{4\pi} \times 21\,\text{cm}^3$

   Le second cylindre a pour hauteur *h* et pour rayon de base $\frac{\sqrt{21^2 + x^2}}{2\pi}$. Son volume est donc

   $V_2(x) = \frac{(21^2 + x^2)}{4\pi} \times \frac{21 \times (29{,}7 - x)}{\sqrt{21^2 + x^2}} = \frac{21 \times (29{,}7 - x) \times \sqrt{(21^2 + x^2)}}{4\pi}\text{cm}^3$

   $V_1(x) = V_2(x)$ si et seulement si $\sqrt{21^2 - x^2} = (29{,}7 - x)$ soit $x = \frac{29{,}7^2 - 21^2}{59{,}4} = \frac{4901}{660} \approx 7{,}42 \approx \frac{29{,}7}{4}$.