

# OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2007

CLASSE DE PREMIERE

DUREE : 4 heures.

*Les quatre exercices sont indépendants.*

*Les calculatrices sont autorisées.*

## **EXERCICE 1 : « un problème de tas »**

On dispose de 7 objets que l'on répartit en autant de tas que l'on veut, chaque tas contenant autant d'objets que l'on veut. Une manipulation consiste à enlever un objet de chaque tas et à faire un nouveau tas des objets ainsi récupérés.

Exemple : une répartition possible au départ sera notée (4,3)

elle signifie qu'on a deux tas, l'un de 4 objets et l'autre de 3 objets

après une manipulation, on obtiendra donc la répartition (3,2,2).

On considère que les répartitions (4,3) et (3,4) sont identiques, de même les répartitions (3,2,2), (2,3,2) et (2,2,3) sont identiques.

- 1) On place les 7 objets en un seul tas ; la répartition est donc (7). Quelle répartition obtiendra-t-on après :
  - a) 3 manipulations ?
  - b) 7 manipulations ?
  - c) 11 manipulations ?
  - d) 2007 manipulations ?
- 2) Ici, on ne connaît pas la répartition initiale, mais après 2007 manipulations, on obtient la répartition (4,2,1). Indiquer toutes les répartitions initiales possibles.
- 3) Paul et Virginie jouent ensemble. Au départ, Paul dispose les objets sans montrer la répartition à Virginie, puis il simule sur son ordinateur 2007 manipulations et ne montre à Virginie que la répartition finale. Il demande alors à Virginie de deviner la répartition initiale. Virginie réfléchit et avoue ne pas savoir répondre car elle hésite entre trois répartitions.  
Sachant que Virginie a raisonné correctement, quelle répartition finale a-t-elle vue ?