

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2007

CLASSE DE PREMIERE

DUREE : 4 heures.

Les quatre exercices sont indépendants.

Les calculatrices sont autorisées.

EXERCICE 2 : « les pesées frauduleuses »

Vers l'an 250 de notre ère, vivait à Alexandrie le mathématicien Diophante. Celui-ci avait remarqué que certains marchands d'orge truquaient leur balance à plateaux en raccourcissant l'un des fléaux : ils trompaient les clients sur la quantité en plaçant les masses du côté du fléau le plus court. (En effet, à l'équilibre, le produit de la masse par la longueur du fléau, exprimés dans la même unité, est le même de chaque côté.)

Pour punir les marchands malhonnêtes, Diophante leur proposait de mettre alternativement les masses dans un plateau, puis dans l'autre : un client serait lésé, le suivant avantagé ... et les fraudeurs étaient heureux de s'en tirer à si bon compte.

- 1) Un marchand ayant raccourci un fléau de 10 % avait réalisé dans la journée 180 pesées d'un kilogramme, en suivant la règle de Diophante. Quelle quantité d'orge avait-il perdue ?
- 2) Même question pour un marchand ayant raccourci un fléau de 20 %, après avoir réalisé 160 pesées d'un kilogramme.
- 3) Montrer qu'avec la règle de pesée de Diophante, tout fléau raccourci cause un préjudice à son auteur, après un nombre pair de pesées.