

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2007

CLASSE DE PREMIERE

DUREE : 4 heures.

Les quatre exercices sont indépendants.

Les calculatrices sont autorisées.

EXERCICE 3 : « des trapèzes de même aire »

Le but de cet exercice est de déterminer les trapèzes rectangles qui, sous certaines conditions de distances et d'angles, sont partagés en deux trapèzes de même aire par une parallèle donnée à leurs bases.

1) Question préliminaire :

Existe-t-il un couple d'entiers naturels (m, p) tel que : $m^2 - p^2 = 8$? En existe-t-il plusieurs ?

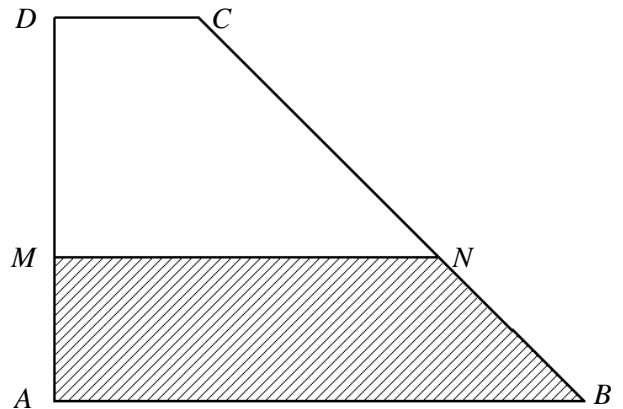
(Le résultat de cette question peut être exploité dans la suite de l'exercice, selon la méthode utilisée pour la traiter).

2) On considère les trapèzes rectangles $ABCD$ de bases $[AB]$ et $[CD]$ tels que :

- $\widehat{ABC} = 45^\circ$
- les distances AB , AD et CD sont des nombres entiers, et $AD > 2$.

Soit M le point du segment $[AD]$ tel que $AM = 2$.

Déterminer les distances AB , AD et CD de sorte que les aires des trapèzes $MNBA$ et $MNCD$ soient égales.



Indication : On pourra faire apparaître sur la figure des triangles isocèles.