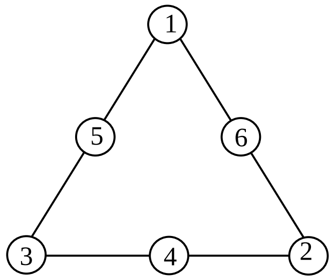
OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2008

CORRIGE

EXERCICE 1 : « *La bonne somme* »

On veut placer les entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6 dans les cercles représentés ci-contre, de telle sorte que la somme S des trois nombres placés sur chaque côté du triangle équilatéral soit la même sur les trois côtés.

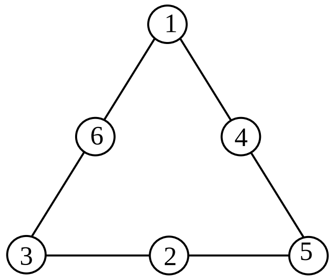


1) Donner une configuration solution du problème. Voir ci contre

2) Quelles sont toutes les valeurs possibles de la somme S ?

Appelons a, b, c, les nombres « posés » sur les sommets, la somme S vérifie : $3S = 21 + a + b + c$ soit $S = 7 + \frac{1}{3}(a + b + c)$. La valeur minimale de $a + b + c$ est 1+2+3=6, la valeur maximale est 4+5+6=15.

***S* ne peut donc prendre que les valeurs 9, 10, 11, 12.**



3) Donner les configurations solutions, lorsqu'elles existent, pour toutes ces valeurs de la somme S.

IL faut étudier les 4 cas successivement :

- S=9. donc $a + b + c = 6$. Cette somme ne peut être obtenue qu'avec le triplet 1,2,3. On obtient la configuration ci-dessus.

- S=10. donc $a + b + c = 9$. Cette somme est obtenue avec les trois triplets (1,2,6) ; (1,3,5), (2,3,4).le premier et le troisième triplet ne fournissent pas de solution , le deuxième conduit à la solution ci contre :
- S=11 : donc $a + b + c = 12$. Cette somme est obtenue avec les trois triplets (1,5,6) ; (2,4,6), (5,3,4).le premier et le troisième triplet ne fournissent pas de solution , le deuxième conduit à la solution ci contre :
- S=12 : donc $a + b + c = 15$. Cette somme est obtenue avec le seul triplet (4,5,6) qui fournit une quatrième et dernière solution « duale » de la première