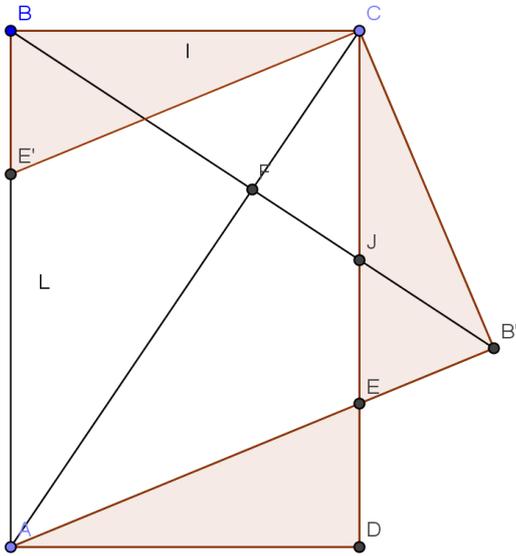


OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2009 - CORRIGÉ

EXERCICE 2



- 1) Construire le losange obtenu à partir d'une feuille rectangulaire de longueur $L = 16$ et de largeur $l = 8$. On pourra noter c la longueur du côté du losange.
- 2) Dans la configuration précédente, la longueur c du côté du losange vérifie $8^2 + (16 - c)^2 = c^2$ donc $c = 10$.
- 3) On désigne par L et l les dimensions du rectangle ($l \leq L$). On doit avoir d'après ce qui précède : $7,5^2 = l^2 + (L - 7,5)^2$ soit avec $L \geq 8$, $l^2 = L(15 - L)$ ce qui n'est vérifié en nombres entiers que pour $L = 12$ et $l = 6$.
- 4) L'aire du losange est $lL - l(L - c) = 0,75lL$.
On en déduit que $c = 0,75L$ et, puisque $2c = l^2 + L^2$

$$l = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

- 5) Les notations sont celles de la figure ci-dessus. Le pliage équivaut à une symétrie s d'axe (AC) . On a $s(A) = A$, $s'(C) = C$, $s(B) = B'$, $s(E') = E$ où E est le point d'intersection des droites $(AB) = s(AB')$ et $s(CD)$.
On en déduit que $CE = CE'$ et que $AE = AE'$.
Par ailleurs, les droites (AE) et (CE') étant parallèles et les angles \widehat{ECA} et \widehat{ACE} étant égaux, on en déduit que les triangles AEC et $AE'C$ sont isocèles. $AECE'$ est bien un losange.