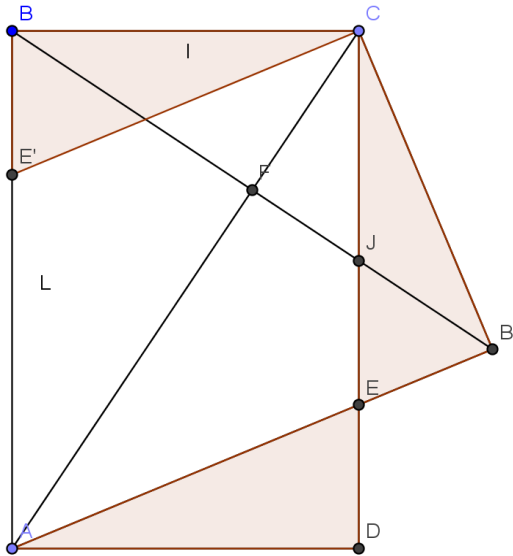


# OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

## SESSION 2009 - CORRIGÉ

### EXERCICE 2



- 1) Construire le losange obtenu à partir d'une feuille rectangulaire de longueur  $L = 16$  et de largeur  $l = 8$ . On pourra noter  $c$  la longueur du côté du losange.
- 2) Dans la configuration précédente, la longueur  $c$  du côté du losange vérifie  $8^2 + (16 - c)^2 = c^2$  donc  $c = 10$ .
- 3) On désigne par  $L$  et  $l$  les dimensions du rectangle ( $l \leq L$ ). On doit avoir d'après ce qui précède :  $7,5^2 = l^2 + (L - 7,5)^2$  soit avec  $L \geq 8$ ,  $l^2 = L(15 - L)$  ce qui n'est vérifié en nombres entiers que pour  $L = 12$  et  $l = 6$ .
- 4) L'aire du losange est  $lL - l(L - c) = 0,75lL$ .  
On en déduit que  $c = 0,75L$  et, puisque  $2c = l^2 + L^2$   

$$l = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$

- 5) Les notations sont celles de la figure ci-dessus. Le pliage équivaut à une symétrie  $s$  d'axe  $(AC)$ . On a  $s(A) = A$ ,  $s'(C) = C$ ,  $s(B) = B'$ ,  $s(E') = E$  où  $E$  est le point d'intersection des droites  $(AB) = s(AB')$  et  $s(CD)$ .  
On en déduit que  $CE = CE'$  et que  $AE = AE'$ .  
Par ailleurs, les droites  $(AE)$  et  $(CE')$  étant parallèles et les angles  $\widehat{ECA}$  et  $\widehat{ACE}$  étant égaux, on en déduit que les triangles  $AEC$  et  $AE'C$  sont isocèles.  $AECE'$  est bien un losange.