

OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHÉMATIQUES

SESSION 2009 - CORRIGÉ

EXERCICE 4 : « concourantes ou parallèles »

- 1) Dans ce cas , les quadrilatères PBQM et MRDS sont des carrés,
 les angles \widehat{BPQ} , \widehat{BAC} et \widehat{MSR} mesurent 45° et les droites (AC), (PQ) et (RS) sont
 parallèles.
- 2) Les droites (AC), (PQ) et (RS) ont pour équations respectives $y = x$, $4x - 9y = 1$, $-8x + 3y = 1$,
 elles sont concourantes au point de coordonnées $\left(-\frac{1}{5}; -\frac{1}{5}\right)$

- 3) Appelons (a,b) , les coordonnées de M dans le repère $(A; \overline{AB}; \overline{AD})$

Les équations des droites (PQ) et (RS) sont respectivement :

$$bx + (a - 1)y = ab \text{ et } (b - 1)x + ay = ab$$

$$\text{Le système : } \begin{cases} bx + (a-1)y = ab \\ (b-1)x + ay = ab \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} bx + (a-1)y = ab \\ (a+b-1)x = ab \end{cases}$$

Si $a + b - 1 = 0$ c'est-à-dire si le point M appartient à la droite (BD), alors les droites (AC),
 (PQ) et (RS) ont pour équations respectives $y = x$, $y = x - a$, $y = x + b$ et sont parallèles.

Si $a + b - 1 \neq 0$ alors elles sont concourantes au point de coordonnées $\left(\frac{ab}{a+b-1}, \frac{ab}{a+b-1}\right)$