

# OLYMPIADES ACADEMIQUES DE MATHEMATIQUES

SESSION 2009

CLASSE DE PREMIERE

DUREE : 4 heures.

*Les quatre exercices sont indépendants.*

*Les calculatrices sont autorisées.*

## EXERCICE 4 : « concourantes ou parallèles »

Sur la figure ci-contre,  $ABCD$  est un carré de côté 1,  $M$  est un point intérieur au carré, les quadrilatères  $APMS$  et  $MQCR$  sont des rectangles.

Premier cas particulier

Dans cette question, on suppose que  $AP = \frac{3}{4}$  et que  $AS = \frac{1}{4}$ .

Démontrer que les droites  $(AC)$ ,  $(PQ)$  et  $(RS)$  sont parallèles.

Deuxième cas particulier. Dans cette question, on suppose que  $AP = \frac{1}{4}$  et que  $AS = \frac{1}{3}$ .

Déterminer une équation des droites  $(PQ)$  et  $(RS)$  dans le repère  $(A; \overline{AB}, \overline{AD})$  et en déduire que les droites  $(AC)$ ,  $(PQ)$  et  $(RS)$  sont concourantes.

Généralisation

Cette fois  $ABCD$  est un parallélogramme,  $M$  est un point intérieur à ce parallélogramme et les quadrilatères  $APMS$  et  $MQCR$  sont des parallélogrammes.

Démontrer que les droites  $(AC)$ ,  $(PQ)$  et  $(RS)$  sont en général concourantes sauf pour certaines positions particulières de  $M$  que l'on précisera.

