

Exercice 1 national : essuie-glace

(Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes)

On se propose de calculer l'aire de la surface essuyée par plusieurs modèles de balais d'essuie-glace d'un véhicule. On considèrera que les pare-brise sont des surfaces planes.

- Un premier véhicule est équipé d'un seul balai porté par une tige métallique de 60 cm, modélisée par un segment $[OB]$. Soit A le point de $[OB]$ tel que $DA = 15$ cm. Le balai en caoutchouc est alors modélisé par le segment $[AB]$ (voir figure 1 ci-dessous). Déterminer la valeur exacte de l'aire de la surface essuyée par le balai, en admettant que celui-ci décrit autour du point O un angle de 180° . En donner une valeur arrondie au cm^2 .

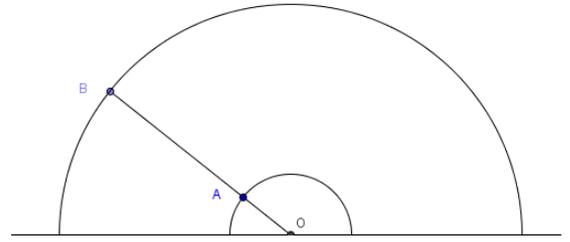


Fig. 1

- Le pare-brise d'un deuxième véhicule possède deux essuie-glace modélisés par deux segments $[OB]$ et $[O'B']$ de même longueur R , l'un tournant autour d'un point O , l'autre autour d'un point O' , tels que $OO' = R$ (voir figure 2 ci-après). Ces balais en caoutchouc couvrent la longueur totale de chaque segment. L'extrémité de chaque segment décrit un demi-cercle au-dessus de la droite (OO') . Déterminer l'aire de la surface du pare-brise essuyée par les balais.

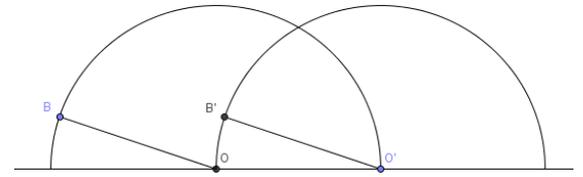


Fig.2

- Un troisième véhicule est équipé d'un essuie-glace dont le support métallique est modélisé par la réunion de deux segments (voir la figure 3 ci-dessous) : un segment $[AB]$, qui porte le balai en caoutchouc sur toute sa longueur, et un segment $[OC]$ qui relie le centre de rotation O à un point C du segment $[AB]$ tels que $\widehat{OCA} = 30^\circ$, $CB = 4CA$ et $OC = \sqrt{3} \times CA$. On pose $CA = a$



Fig.3

- Démontrer que le triangle AOC est isocèle.
- Lorsqu'il essuie le pare-brise du véhicule, l'essuie-glace tourne autour du point O . En début de course, le balai en caoutchouc est en position horizontale : les points A , B et C coïncident respectivement avec les points M , N et P du pare-brise tels que $[MN]$ est horizontal (voir la figure 4 ci-dessous). En fin de course, A , B et C coïncident respectivement avec les points M' , N' et P' du pare-brise tels que le segment $[OM']$ est horizontal. Déterminer l'angle dont a tourné le dispositif autour du point O pour passer d'une position à l'autre puis exprimer en fonction de a l'aire de la surface essuyée par le balai.

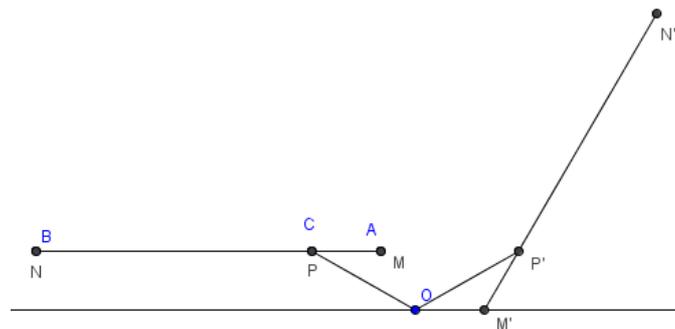


Fig. 4