

## Exercice 1 national : essuie-glace

(Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes)

On se propose de calculer l'aire de la surface essuyée par plusieurs modèles de balais d'essuie-glace d'un véhicule. On considèrera que les pare-brise sont des surfaces planes.

- Un premier véhicule est équipé d'un seul balai porté par une tige métallique de 60 cm, modélisée par un segment  $[OB]$ . Soit  $A$  le point de  $[OB]$  tel que  $DA = 15$  cm. Le balai en caoutchouc est alors modélisé par le segment  $[AB]$  (voir figure 1 ci-dessous). Déterminer la valeur exacte de l'aire de la surface essuyée par le balai, en admettant que celui-ci décrit autour du point  $O$  un angle de  $180^\circ$ . En donner une valeur arrondie au  $\text{cm}^2$ .

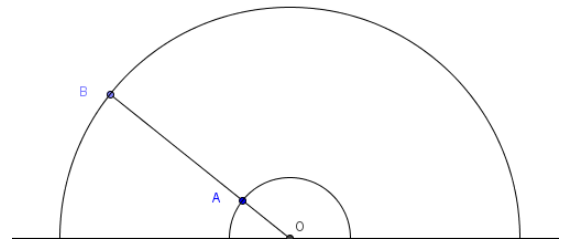


Fig. 1

- Le pare-brise d'un deuxième véhicule possède deux essuie-glace modélisés par deux segments  $[OB]$  et  $[O'B']$  de même longueur  $R$ , l'un tournant autour d'un point  $O$ , l'autre autour d'un point  $O'$ , tels que  $OO' = R$  (voir figure 2 ci-après). Ces balais en caoutchouc couvrent la longueur totale de chaque segment. L'extrémité de chaque segment décrit un demi-cercle au-dessus de la droite  $(OO')$ . Déterminer l'aire de la surface du pare-brise essuyée par les balais.

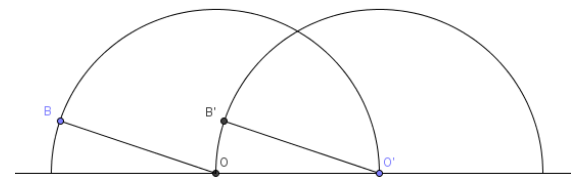


Fig.2

- Un troisième véhicule est équipé d'un essuie-glace dont le support métallique est modélisé par la réunion de deux segments (voir la figure 3 ci-dessous) : un segment  $[AB]$ , qui porte le balai en caoutchouc sur toute sa longueur, et un segment  $[OC]$  qui relie le centre de rotation  $O$  à un point  $C$  du segment  $[AB]$  tels que  $\widehat{OCA} = 30^\circ$ ,  $CB = 4CA$  et  $OC = \sqrt{3} \times CA$ . On pose  $CA = a$



Fig.3

- Démontrer que le triangle  $AOC$  est isocèle.
- Lorsqu'il essuie le pare-brise du véhicule, l'essuie-glace tourne autour du point  $O$ . En début de course, le balai en caoutchouc est en position horizontale : les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  coïncident respectivement avec les points  $M$ ,  $N$  et  $P$  du pare-brise tels que  $[MN]$  est horizontal (voir la figure 4 ci-dessous). En fin de course,  $A$ ,  $B$  et  $C$  coïncident respectivement avec les points  $M'$ ,  $N'$  et  $P'$  du pare-brise tels que le segment  $[OM']$  est horizontal. Déterminer l'angle dont a tourné le dispositif autour du point  $O$  pour passer d'une position à l'autre puis exprimer en fonction de  $a$  l'aire de la surface essuyée par le balai.

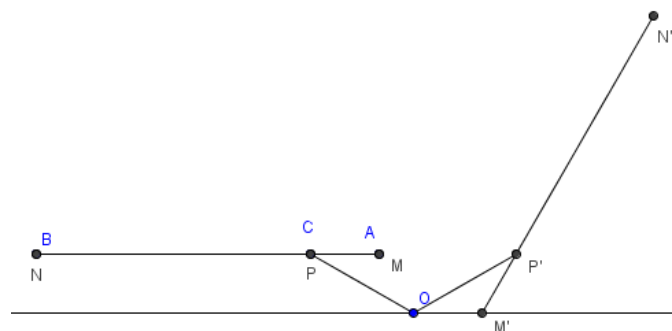


Fig. 4