Tracé de la courbe d'une fonction

Présentation de l'algorithme :

Il s'agit de réaliser un algorithme capable de tracer, pour une fonction définie sur $\mathbb{R}$, la partie de sa courbe représentative dans un repère orthonormé située dans une fenêtre graphique donnée.
Une courbe est toujours tracée avec un pas de tracé, c'est à dire que l'algorithme trace une ligne brisée dont les extrêmités des segments sont les points de la courbe dont la différence des abscisses est égale au pas de tracé. Lorsque l'on trace la courbe ainsi se posent deux problèmes : il faut vérifier que les segments sont dans la fenêtre graphique avant de les tracer, et pour les segment qui ne sont que partiellement dans la fenêtre graphique, il ne faut tracer que la partie à l'intérieure de la fenêtre.

1. l'Algorithme en langue naturelle :

```
ENTREES
  # Paramètres de la fenêtre graphique
        lire xmin nombre réel
        lire xmax nombre réel
        lire ymin nombre réel
        lire ymax nombre réel
  # Pas du tracé
        lire p nombre réel
        définir f fonction réelle
INITIALISATION
        donner à xa la valeur xmin
        donner à ya la valeur f(xa)
        donner à xb la valeur xa+p
        donner à yb la valeur f(xb)
        (xk nombre réel)
TRAITEMENT
        tant que (xa<xmax)
                si (xb>xmax) alors
                        donner à xb la valeur xmax
                        donner à yb la valeur f(xb)
                donner à xk la valeur xa
                si(yb<ymin) alors
                        donner à xb la valeur xa+(xb−xa)/(yb−ya)*(ymin−ya)
                        donner à yb la valeur ymin
                si (yb>ymax) alors
                        donner à xb la valeur xa+(xb−xa)/(yb−ya)*(ymax−ya)
                        donner à yb la valeur ymax
                si(ya<ymin) alors
                        donner à xa la valeur xb+(xa−xb)/(ya−yb)*(ymin−yb)
                        donner à ya la valeur ymin
                si(ya>ymax) alors
                        donner à xa la valeur xb+(xa−xb)/(ya−yb)*(ymax−yb)
                        donner à ya la valeur ymax
                si (yb>=ymin et yb<=ymax et ya>=ymin et ya<=ymax) alors
                        tracer le segment de (xa,ya) à (xb,yb)
                donner à xa la valeur xk+p
```

```
37                      donner à ya la valeur f(xa)
38                      donner à xb la valeur xa+p
39                      donner à ya la valeur f(xb)
40  SORTIE
41              afficher "Tracé terminé"
```

2. **Fonctionnement de l'algorithme :**

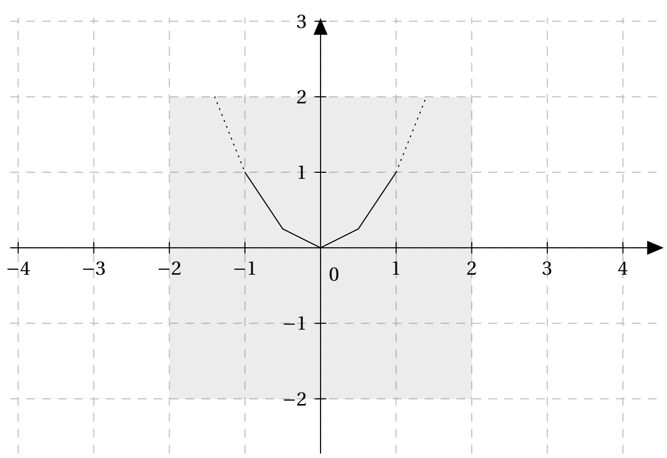
   Cet algorithme parcours l'axe des abscisses à partir de $x_a = x_{min}$ tant que $x_a \leqslant x_{max}$.
   A chaque abscisse x_a considérée, il calcule les coordonnées
   $(x_a, y_a) = (x_a, f(x_a))$ et $(x_b, y_b) = (x_a + p, f(x_a + p))$ (p étant le pas choisi initialement).

   Si $x + p$ est plus grand que x_{max}, l'algorithme considére alors que $(x_b, y_b) = (x_{max}, f(x_{max}))$. Sans les lignes 22 à 33, l'algorithme vérifie alors que les deux points considérés sont dans la fenêtre graphique (34) et dans ce cas seulement trace le segment (35), puis l'algorithme continue son parcours avec $x_a = x_a + p$.

   Lorsque l'on rajoute les lignes 22 à 33, l'algorithme va tronquer les segments qui sont seulement en partie dans la fenêtre graphique avant de tester si les deux extrêmités sont dans la fenêtre graphique.

   Sur le graphique ci-dessous est représenté ce que trace l'algorithme complet avec $p = 0,5$, $x_{min} = -2$, $y_{min} = -2$, $x_{max} = 2$, $y_{min} = 2$ et $f(x) = x^2$ (la fenêtre graphique est figurée en grisé).

   Sans les lignes 22 à 33, l'algorithme ne trace pas les deux segments en pointillés.



3. **Questionnement possible :**

   a. Fournir aux élèves cet algorithme mais sans les lignes 22 à 33, et leur demander de faire fonctionner cet algorithme à la main avec $p = 0,5$, $x_{min} = -2$, $y_{min} = -2$, $x_{max} = 2$, $y_{min} = 2$ et $f(x) = x^2$ (*cet algorithme produit une figure, on pourra demander aux élèves d'y ajouter la cadre de la fenêtre graphique*).

   b. Faire programmer cet algorithme (toujours sans les lignes 22 à 33), et faire constater que la courbe tracée est tronquée et n'atteint pas le cadre de la fenêtre graphique.

   c. Faire étudier comment on peut obtenir la partie d'un segment dont l'une des extrémités n'est pas dans la fenêtre graphique alors que l'autre y est. *(travail sur les coefficients directeurs)*

   d. En déduire comment modifier l'algorithme et/ou le programme *(cela revient à rajouter les lignes 22 à 33, chaque "si" correspondant à un cas de figure).*