

# Problèmes d'optimisation

## Introduction progressive des boucles

### Présentation de l'objectif :

Les boucles constituent un élément important pour l'écriture des algorithmes, et figurent dans les objectifs du programme du lycée. Ce document propose un moyen d'introduire les boucles en partant d'un problème d'optimisation simple d'analyse.

Deux types de boucle sont fréquemment rencontrés en algorithmique : les boucles dont le nombre d'itérations est connu au moment où la boucle est lancée (ie : les boucles POUR) et les boucles dont le nombre d'itérations n'est pas connu, mais dépend d'une condition (ie : les boucles TANT QUE, ou JUSQU'A CE QUE). Ce document se propose d'introduire cette nuance.

### 1. **Énoncé du problème**

Une commune désire faire construire, par son personnel municipal, un espace jeux pour les enfants sur une place de la commune. Cet espace sera carré :

- il sera entouré sur ses quatre côtés par une barrière dont le coût est de **12,5 euros le mètre**,
- il sera dallé avec des dalles souples de 1m sur 1m qui ne peuvent être découpées (le côté de l'espace jeux sera un entier). **Le coût d'une dalle est de 25 euros.**
- en outre, la construction comportera **200 euros de frais fixes.**
- Il n'y a pas d'autres coûts pour la construction de cet espace.

La place sur laquelle sera construit l'espace jeux fait 800 mètres par 800 mètres donc sa dimension a peu de chance de limiter la taille de l'espace jeux. En revanche, le coût total devra être compatible avec les finances de la commune.

2. En notant  $x$ , la longueur en mètres du côté de l'espace jeux, exprimer en fonction de  $x$  le coût total de sa construction **en milliers d'euros**.

### 3. **Premier algorithme : calcul d'image**

ENTREES

$x$  nombre réel # longueur en mètres de l'espace jeux

TRAITEMENT

donner à  $c$  la valeur de  $(x^2 + 2*x + 8)/40$

SORTIE

afficher "Valeur obtenue : ", $c$

- a. Faire fonctionner à la main cet algorithme lorsque l'on saisit 6 comme valeur pour  $x$ . Même question avec 8.
- b. Que fait cet algorithme ?
- c. Ecrire un algorithme qui calcule le coût de l'espace jeux pour un côté dont la longueur varie de 6 à 15 mètres.

Faire vérifier le travail par le professeur.

#### 4. Deuxième algorithme : calcul de plusieurs images pour décider

TRAITEMENT

```
Pour x de 6 jusqu'à 15
    donner à c la valeur de  $(x^2 + 2*x + 8)/40$ 
    afficher "Valeur obtenue : ",c
```

SORTIE

```
afficher "Fin"
```

- Faire fonctionner à la main cet algorithme.
- La longueur du côté de l'espace jeux devra être supérieure ou égale à 9 mètres. Modifier l'algorithme pour calculer le coût de l'espace jeux pour un côté pouvant aller jusqu'à 20 mètres.
- Programmer et faire tourner cet algorithme. Quel est le coût des travaux pour un espace jeux de 20 m de côté?
- La commune peut investir au plus 50000 euros dans la construction de l'espace jeux. En modifiant l'algorithme que vous avez programmé, déterminer quelle sera la taille maximum de l'espace jeux compte tenu de cette contrainte financière (*il faut que l'algorithme permette de répondre à cette question en une seule exécution*).
- Votre algorithme fait-il des calculs inutiles? Si oui lesquels?

Faire vérifier le travail par le professeur.

#### 5. Troisième algorithme : obtenir le maximum sans dépasser

INITIALISATION

```
donner à x la valeur 15 # valeur de départ
donner à ac la valeur 0
```

TRAITEMENT

```
donner à c la valeur  $(x^2 + 2*x + 8)/40$ 
TANT QUE  $c < 10$ 
    donner à ac la valeur de c
    donner à x la valeur de x+1
    donner à c la valeur de  $(x^2 + 2*x + 8)/40$ 
```

SORTIE

```
afficher "Longueur maximale : ",x-1
afficher "Pour un coût total de : ",ac
```

- Faire fonctionner l'algorithme à la main.
- A quelle question répond cet algorithme?
- Modifier l'algorithme pour qu'il permette de déterminer la taille maximum de l'espace jeux avec un budget limité à 50000 euros.
- Programmer l'algorithme modifié.
- Vérifier que l'algorithme donne bien la bonne réponse.

Faire vérifier le travail par le professeur.