

Construction des inverses d'entiers

Présentation du sujet :

Le but est d'obtenir les valeurs exactes de nombres rationnels par des constructions géométriques et d'en vérifier la validité.

1^{re} PARTIE

A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

1. Tracer un carré $ABCD$ de côté 1 ainsi que ses deux diagonales. (AB) sera placée sur l'axe des abscisses. On pourra s'aider d'un repère pour tracer le carré.
On note O_1 le point d'intersection des diagonales et A_1 le pied de la hauteur issue de O_1 dans le triangle ABO_1 .
2. Tracer (DA_1) , on note O_2 le point d'intersection de (DA_1) avec (AC) .
Soit A_2 le pied de la hauteur issue de O_2 dans le triangle AO_2A_1 .
3. Tracer (DA_2) , on note O_3 le point d'intersection de (DA_2) avec (AC) .
Soit A_3 le pied de la hauteur issue de O_3 dans le triangle AO_3A_2 .
4. Faire afficher les longueurs AA_1 , AA_2 , AA_3 , que peut-on conjecturer ?

Faire vérifier le travail par le professeur.

2^e PARTIE

On considère le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$

1. Donner les coordonnées des points A, B, C, D, O_1 .
2. Donner une équation de la droite (AC) .
3. Donner les coordonnées de A_1 , puis donner une équation de la droite (A_1D) .
4. Donner les coordonnées de O_2 , point d'intersection de (AC) et (A_1D) . En déduire les coordonnées de A_2 .
5. Donner l'équation de la droite (A_2D) puis les coordonnées de O_3 , point d'intersection de (AC) et de (A_2D) . En déduire les coordonnées de A_3 .
6. Conclure sur la valeur exacte de l'abscisse des points A_1, A_2 et A_3 .
7. Si l'on continuait le procédé de construction en construisant A_4, A_5, \dots, A_n , peut-on conjecturer l'abscisse de A_n ?
8. Question réservée au niveau terminale, série S : démontrer la conjecture précédente par récurrence.

Production demandée :

- Fichier du logiciel de géométrie obtenu à la partie 1.
- Copie contenant les réponses à la partie 2.