

Deux constructions de la racine carrée d'un nombre

Présentation du sujet :

Le but est d'obtenir à partir de figures géométriques des constructions permettant d'avoir les valeurs exactes de racine carrée d'un nombre.

1^{ère} PARTIE

On considère un segment $[AB]$ de longueur 1 unité.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire les points C et D tels que :
 - $BC = 3$ et A, B, C soient alignés dans cet ordre.
 - Le triangle ACD soit un triangle rectangle en D .
 - B soit le pied de la hauteur issue de D dans le triangle ACD .
 Faire afficher BD^2 .
2. Refaire l'étude avec $BC = 5$. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur de BD ?

Faire vérifier votre travail par le professeur.

2^{ème} PARTIE

A l'aide d'un logiciel de géométrie :

1. Soit $a > 1$, placer les points A, B, M alignés dans cet ordre, tel que $AM = a$ et $BM = 1$ (le point M sera libre la demi-droite $[AB)$ privée du segment $[AB]$).
2. Tracer le cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$. En M , on mène une tangente au cercle \mathcal{C} en T .
3. Faire afficher les valeurs de a et de MT^2 , en faisant varier M , que peut-on conjecturer sur la valeur de MT ?

Faire vérifier votre travail par le professeur.

3^{ème} PARTIE : démonstration

1. Concernant la première partie :
 - (a) Démontrer que les angles \widehat{ADB} et \widehat{CDB} ont même mesure.
 - (b) En déduire l'égalité $DB^2 = AB \times BC$. (Coup de pouce : la piste des tangentes ?.)
 - (c) En déduire la valeur exacte de BD lorsque $BC = 5$.
2. Concernant la deuxième partie :
 - (a) Soit R le rayon du cercle \mathcal{C} , exprimer R en fonction de a , puis a en fonction de R .
 - (b) Exprimer d'abord TM^2 en fonction de R et de a , puis uniquement en fonction de a .
 - (c) Conclure quant à la conjecture émise dans la partie 2.

Production demandée :

- Réaliser les 2 figures demandées aux parties 1 et 2.
- Emettre une conjecture sur la valeur de BD dans la partie 1.
- Emettre une conjecture sur la valeur de MT dans la partie 2.
- Démontrer les deux conjectures émises.