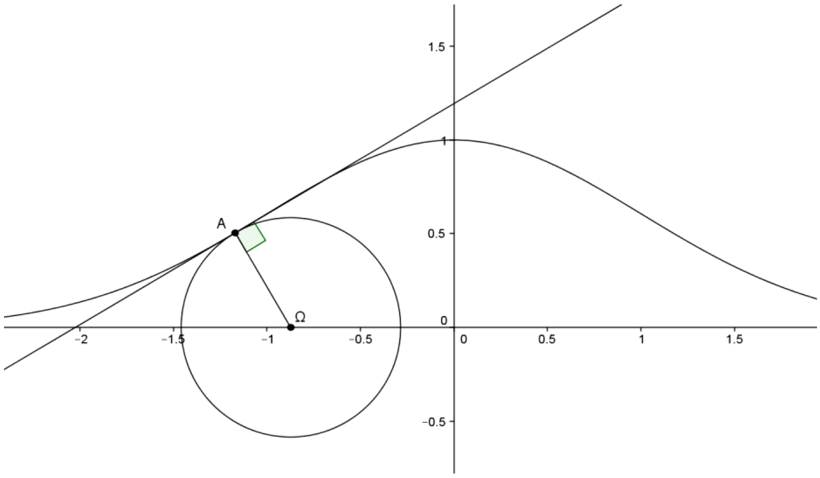
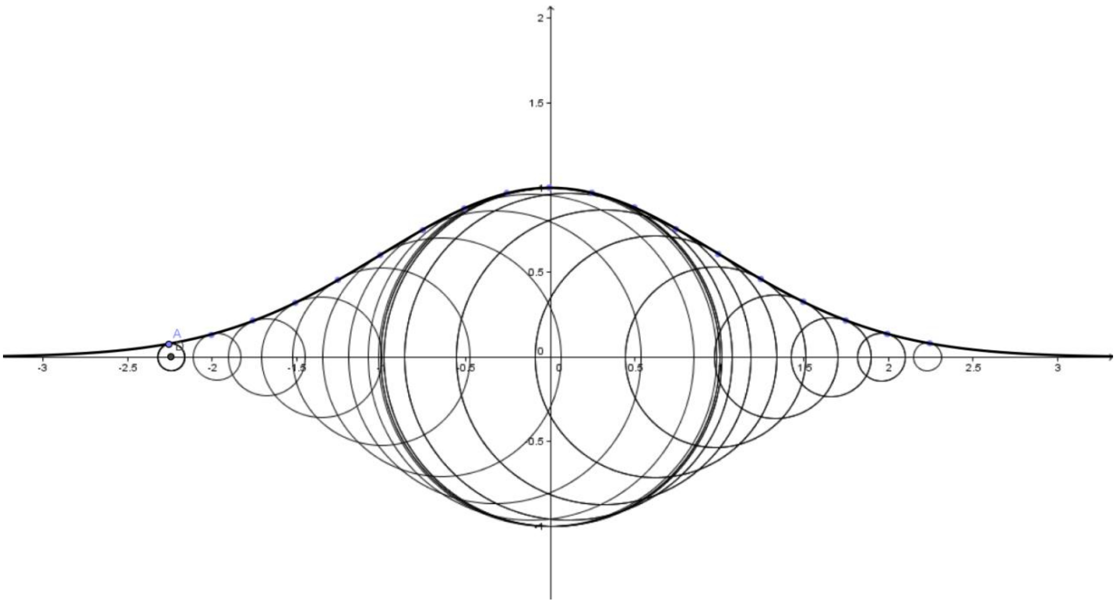
Dans un repère orthonormé, on a tracé la courbe représentative C_f de la fonction définie sur **R** par $f(x)=\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$.



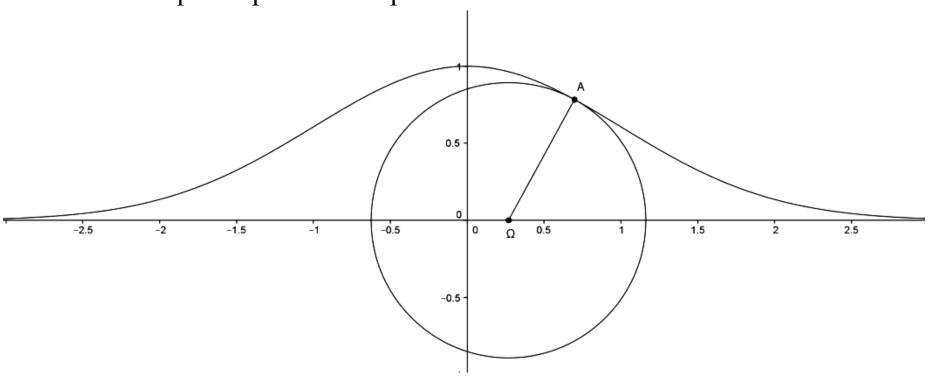
On dit qu'un disque de centre **Ω** est tangent à la courbe C_f en un point A si la tangente à C_f en A est perpendiculaire au rayon du disque [ΩA].

On considère la famille f des disques tangents à C_f ayant leurs centres situés sur l'axe des abscisses.



Le but de ce problème est de montrer qu'il existe deux disques dans cette famille f qui ont une aire égale à l'aire du domaine d délimité par la courbe C_f et l'axe des abscisses, et de donner une valeur approchée à 10^{-4} près des abscisses de leurs centres.

1. Faire une conjecture sur les abscisses cherchées à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
2. Montrer l'existence des deux disques répondant au problème.



On considérera un disque ayant la même aire que le domaine D et étant tangent à C_f en un point A d'abscisse a .

On montrera que a est solution de l'équation : $g(a)=\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$ avec $g(a)=a^2\mathrm{e}^{-2a^2}+\mathrm{e}^{-a^2}$.

*Pour l'étude des variations de la fonction g, on pourra étudier les variations et le signe de la fonction définie sur **R** par* $\varphi(x)=1-2x^2-\mathrm{e}^{x^2}$.