

NIVEAU CONCERNÉ ET  
NATURE DE L'ACTIVITÉ

4<sup>ème</sup> / 3<sup>ème</sup>

Pavage par 3 triangles rectangles d'un rectangle

LOGICIELS UTILISABLES :

LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

EXPOSÉ DU TRAVAIL :

PROBLÈME : *Peut-on toujours paver un rectangle avec seulement 3 triangles rectangles ?*

A- DES CONSTRUCTIONS ET DES CONJECTURES DANS UN CAS PARTICULIER

- 1 Construire un rectangle ABCD, de longueur  $AB=5$  cm et de largeur  $AD=2$  cm.
- 2 Peut-on placer un point M sur le segment [DC] pour paver entièrement le rectangle ABCD à l'aide de triangles ADM, AMB et CMD qui soient tous rectangles ?
- 3 Y a-t-il plusieurs positions possibles pour le point M ?
- 4 Trouver une construction géométrique du point M.

B- DES CONSTRUCTIONS ET DES CONJECTURES DANS LE CAS GÉNÉRAL

- 1 Reprendre la construction et le problème précédent pour des mesures quelconques du rectangle.
- 2 Ce problème a-t-il toujours une solution quelles que soient les dimensions du rectangle ? Si non, donner une condition pour que cela soit possible.

C- DÉMONSTRATION GÉOMÉTRIQUE:

Le but de cette partie est de démontrer la conjecture émise dans la première partie.

- 1 Réaliser sur papier la construction du A.
- 2 Rédiger une démonstration permettant de s'assurer que les trois rectangles obtenus sont bien rectangles.
- 3 Justifier, dans le cas d'un rectangle quelconque, les conditions exposées au B-2.

D- DÉMONSTRATION ALGÈBRE:

- 1 On pose que  $DM = a$ . À quelle condition sur les longueurs, le triangle AMB est-il rectangle ?
- 2 Exprimer, en fonction de  $a$ ,  $AM^2$  et  $BM^2$ .
- 3 Écrire grâce à la question 1, une équation répondant au problème.
- 4 Montrer qu'elle peut s'écrire  $2(a-1)(a-4) = 0$ .
- 5 Conclure quant aux solutions de l'équation, puis des positions possibles de M.