

NIVEAU CONCERNÉ, TITRE ET
NATURE DE L'ACTIVITÉ

4^{ème} / 3^{ème}

Pavage par 3 triangles rectangles d'un rectangle

• DURÉE PRÉVUE :	Constructions : 30 min - Démonstration C : 15 min D : A la maison
• PRÉ REQUIS :	Triangle rectangle et cercle, réciproque de Pythagore
• NOTIONS DU PROGRAMME :	Triangle inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés - Réciproque de Pythagore - Développement et factorisation d'une expression - Équation produit
• ÉVALUATION B2I	
• POINTS DU SOCLE :	
• LOGICIELS UTILISABLES :	LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

EXPOSÉ DU TRAVAIL :

PROBLÈME : *Peut-on toujours paver un rectangle avec seulement 3 triangles rectangles ?*

A- DES CONSTRUCTIONS ET DES CONJECTURES DANS UN CAS PARTICULIER

Cas d'un rectangle ABCD de longueur AB=5 cm et de largeur AD=2 cm :

- Peut-on placer un point M sur le segment [DC] pour paver entièrement le rectangle ABCD à l'aide de triangles ADM, AMB et CMD qui soient tous rectangles ?
- Y a-t-il plusieurs positions possibles pour le point M ?
- Trouver une construction géométrique du point M.

B- DES CONSTRUCTIONS ET DES CONJECTURES DANS LE CAS GÉNÉRAL

Cas d'un rectangle ABCD de mesures quelconques

↳ Ce problème a-t-il toujours une solution quelles que soient les dimensions du rectangle ? Si non, donner une condition pour que cela soit possible.

C- DÉMONSTRATION GÉOMÉTRIQUE:

Le but de cette partie est de démontrer la conjecture émise dans la première partie.

- ➊ Réaliser sur papier la construction du A.
- ➋ Rédiger une démonstration permettant de s'assurer que les trois rectangles obtenus sont bien rectangles.
- ➌ Justifier, dans le cas d'un rectangle quelconque, les conditions exposées au B-2.

D- DÉMONSTRATION ALGÈBRE:

- ➊ On pose que DM= a. A quelle condition sur les longueurs, le triangle AMB est-il rectangle ?
 - ➋ Exprimer, en fonction de a, AM² et BM².
 - ➌ Écrire grâce à la question 1, une équation répondant au problème.
 - ➍ Montrer qu'elle peut s'écrire $2(a-1)(a-4) = 0$.
- Conclure quant aux solutions de l'équation, puis des positions possibles de M.

COMMENTAIRES :

Les trois premières parties sont réalisables en 4^{ème} .

La dernière partie n'est réalisable qu'en 3^{ème}, en préambule ou en application des équations produits et du calcul littéral.

La construction et le problème peuvent être donnés en 6^{ème} ou 5^{ème} si l'objectif est de prendre en main un logiciel de géométrie dynamique et de conjecturer. Les parties C et D sont alors à ôter.