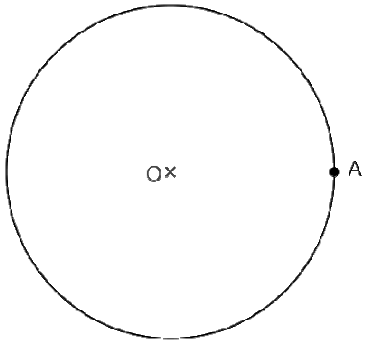
OLYMPIADES 2012 - Éléments de solution

Exercice 2 - National – Points aléatoires dans une figure

Partie I



1. L’ensemble cherché est le segment [UV], intersection de la médiatrice de [OA] avec le disque.

2. L’ensemble cherché est la portion de disque de frontière [UV] contenant O, privée du segment [UV].

3. La probabilité cherchée est l’aire de la région précédente divisée par celle du disque.

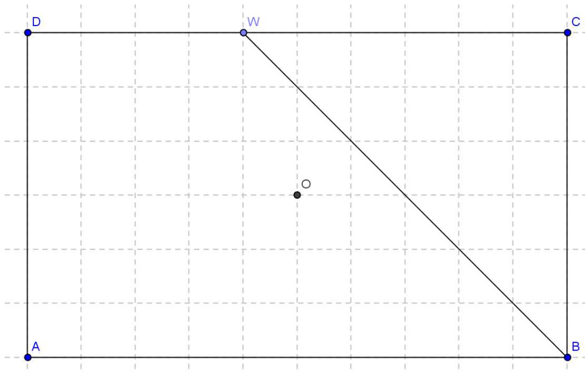
L’aire de la région est $\frac{2}{3}\pi R^2 + \frac{1}{4}\sqrt{3}R^2$, la probabilité $\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0,805$.

Partie II

1. Toutes les probabilités sont les rapports des aires à celle du rectangle.

La probabilité cherchée est égale à $\frac{1}{2}$.

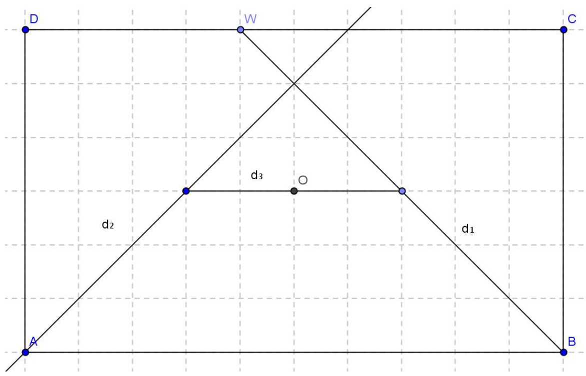
2.



a) L’ensemble cherché est le segment [BW] intersection de la bissectrice de l’angle $\widehat{ABC}$ avec l’intérieur du rectangle.

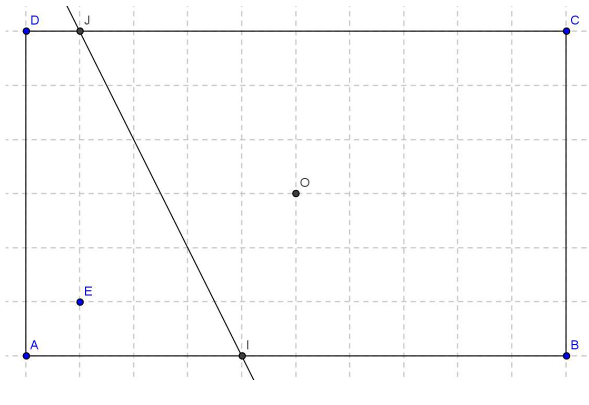
b) L’ensemble cherché est la portion du rectangle de frontière [BW] ne contenant pas O.

c) L’aire de la région est 72 cm^2, la probabilité est égale à 0,3.



3. On trace les bissectrices d_1 et d_2 des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAD}$, la médiatrice d_3 du segment [BC]. La région concernée est le trapèze limité par d_1, d_2, d_3 et [AB], son aire est égale à 84 cm^2.

La probabilité cherchée est $\frac{7}{20} = 0,35$.



4. La médiatrice de [OE] coupe le rectangle en [IJ]. La région concernée est le trapèze ADJI, d’aire 60 cm^2.
La probabilité cherchée est 0,75.

5. On trace les quatre médiatrices des segments [OA], [OB], [OC], [OD]. La région concernée est l'hexagone limité par ces quatre droites et les côtés [AB] et [CD].

Le rectangle APOQ, de diagonale [AO] dont deux côtés sont portés par (AB) et (AC) est coupé en deux quadrilatères AFNO et FPON de même aire par la médiatrice de [AO]. Il en est de même pour les trois autres rectangles analogues.

La probabilité cherchée est égale à 0,5.