La Parabole

Dans tout le problème, on travaille dans un repère orthonormal : (O ; I ; J).
O est le milieu du segment [AB]
($x'x$) est parallèle à la droite (d)
($x'x$) est perpendiculaire à ($y'y$).

Partie A

On considère la **figure 1** en annexe où $BA = 4$ unités

1) Placer tous les points situés à la fois à 5 unités de A et à 5 unités de (d).
Combien y a –t-il de points ? Les repasser en rouge.

2) Reprendre la question précédente avec successivement les distances
6 unités ; 4 unités ; 3 unités ; 2,5 unités et 2 unités.

3) Relier à la main tous les points obtenus.

L'ensemble de tous les points rouges, équidistants de A et de la droite (d) forme une courbe appelée parabole.

Partie B

On considère la figure codée en annexe (**figure 2**) où $\mathcal{P}$ est une parabole,
$AB = 4$ unités
O est le milieu du segment [AB]
($x'x$) est parallèle à la droite (d)
($x'x$) est perpendiculaire à ($y'y$).

On appelle S le point d'intersection de (AK) et de ($x'x$) et R le point d'intersection de (MS) et de ($y'y$).

1) En utilisant la **partie A**, justifier l'égalité $MA = MK$.

2) En considérant le triangle ABK, montrer que S est le milieu du segment [AK].

3) En utilisant les questions 1 et 2, dire ce que représente la droite (MS) pour le segment [AK].

4) La perpendiculaire à la droite (MS) passant par M coupe la droite (AB) en N.

a) Placer le point N et montrer que les droites (MN) et (AK) sont parallèles.

b) En déduire que les angles $\widehat{HNM}$ et $\widehat{BAK}$ ont même mesure.

5) **a)** Dans le triangle rectangle MHN, écrire $\tan \widehat{HNM}$.

b) Dans le triangle rectangle BAK, écrire $\tan \widehat{BAK}$.

6) **a)** Indiquer, sans justifier, la nature du quadrilatère $HMKB$

b) Déduire des questions précédentes que $NH = AB = 4$ unités.

7) **a)** Justifier que (AR) est parallèle à (MK).

b) Montrer que S est le milieu de $[RM]$ en utilisant le théorème de Thalès.

8) Montrer que O est le milieu de $[RH]$

9) **a)** Montrer que $\widehat{HNM} = \widehat{HMR}$

b) Dans le triangle rectangle MHR, écrire $\tan \widehat{HMR}$

c) Montrer que $\dfrac{HM}{HN} = \dfrac{HR}{HM}$.

d) En déduire que $HM^2 = HN \times HR$.

10) Déduire des questions 6 b), 8 et 9 d) que $HM^2 = 8\ OH$.

Partie C

Dans cette partie, on note $(x\ ;\ y)$ les coordonnées du point M.

1) A l'aide de la relation $HM^2 = 8\ OH$, établir que $y = \dfrac{1}{8}x^2$.

2) Remplir le tableau suivant :

x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
y									

3) Le plan est muni d'un repère orthonormal : $(O\ ;\ I\ ;\ J)$.
Construire les points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ sur une feuille de papier millimétré (unité graphique : le centimètre).

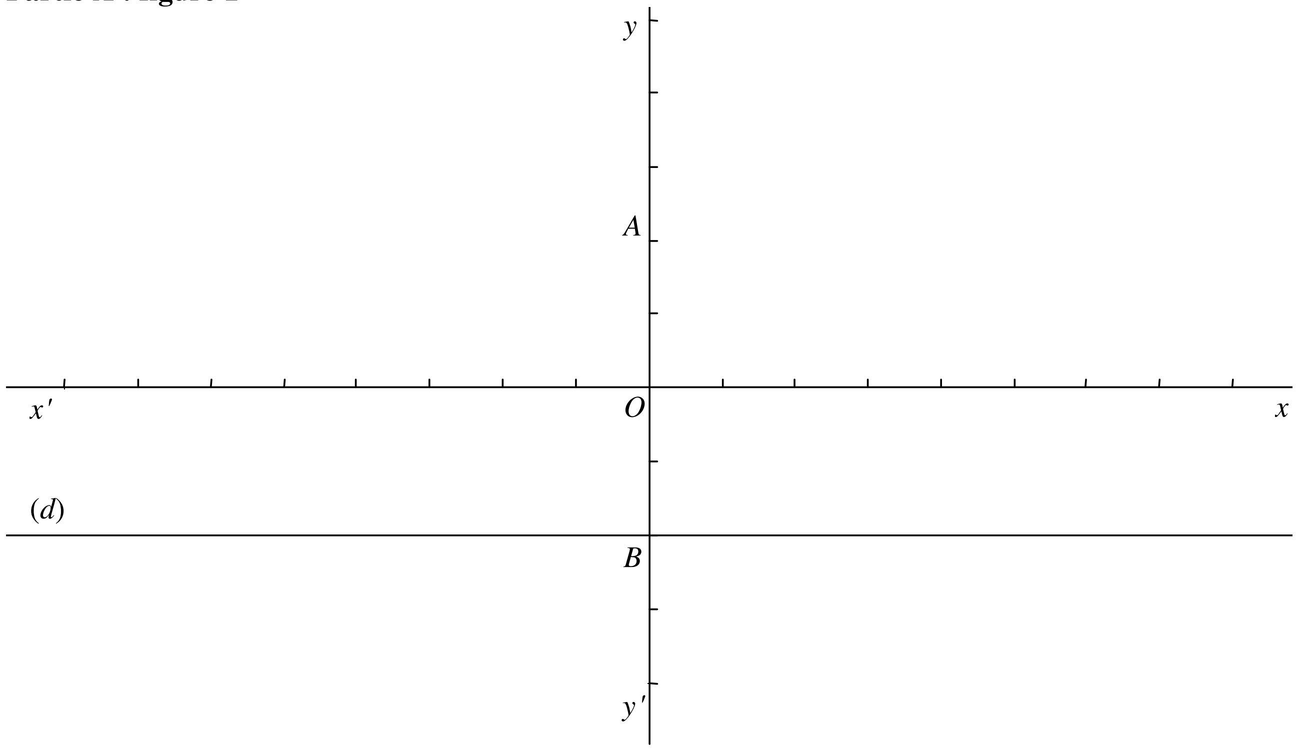
4) Relier à la main tous les points obtenus.

***La courbe obtenue est la parabole des parties* A *et* B.**

Les coordonnées des points de la parabole vérifient la relation $y = \dfrac{1}{8}x^2$**.**

Annexe

Partie A : figure 1



Partie B : figure 2