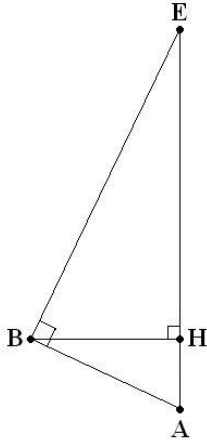


Construction au compas seul du centre d'un cercle.

Partie A :

Où l'on met en évidence une relation métrique dans le triangle rectangle

On considère un triangle ABC rectangle en B et on note H le pied de la hauteur issue de B .



1) En considérant les triangles rectangles ABH et ABE :

a) Montrer que $\widehat{ABH} = \widehat{BEA}$;

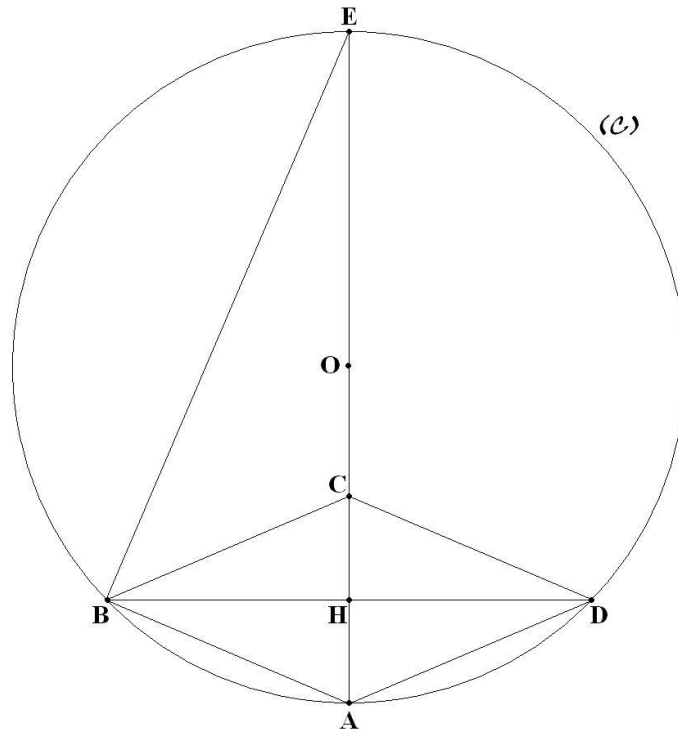
b) Exprimer $\sin \widehat{ABH}$ et $\sin \widehat{BEA}$.

2) En déduire $AB^2 = AE \times AH$

Partie B :

Où l'on détermine le rayon du cercle.

On considère la figure suivante où (\mathcal{C}) est le cercle de centre O et de rayon R , $ABCD$ est un losange de centre H , et E le point diamétralement opposé à A .



On note $AB = d$.

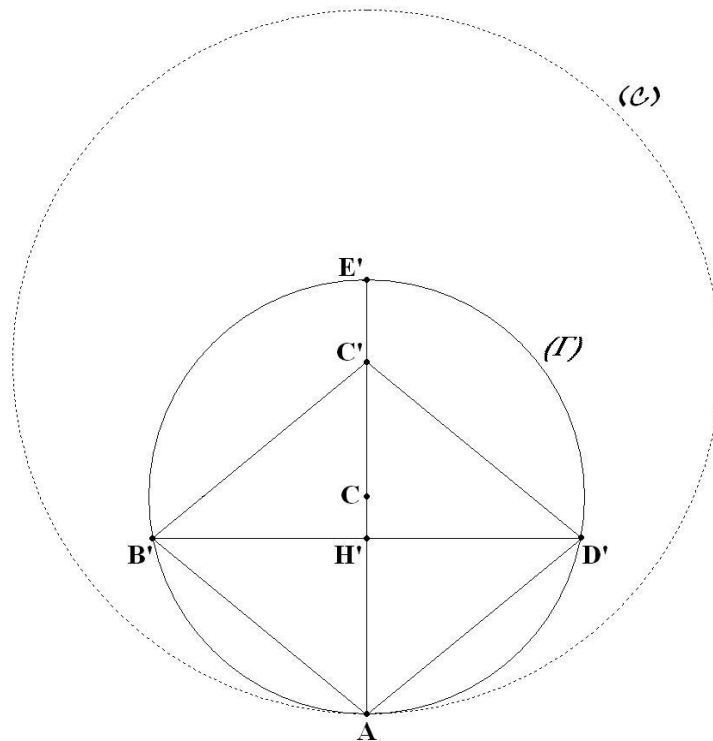
- 1) Quelle est la nature du triangle ABE ? Justifier.
- 2) En considérant le losange $ABCD$, montrer que H est le pied de la hauteur issue de B dans le triangle ABE .
- 3) a) En utilisant le résultat de la **partie A**, montrer que $AH = \frac{d^2}{2R}$.
b) En déduire AC .

On considère maintenant la figure suivante où (I) est le cercle de centre C et de rayon AC , $A'B'C'D'$ est un losange de côté de longueur d et de centre H' , et E' est le point diamétralement opposé à A .

- 4) a) Montrer que $AH' = \frac{d^2}{2AC}$.
b) En utilisant le résultat de la question 3)b) montrer que $AC' = R$.

Partie C : Où l'on construit au compas seul.

On considère le cercle (\mathcal{C}) de rayon R représenté en **annexe**.
Le but de cette partie est de construire son centre O .



- 1) Placer deux points B et D sur (\mathcal{C}) tel que $AB = AD$.

- 2) a) Construire le point C tel que $ABCD$ soit un losange.
b) Montrer que (AC) est la médiatrice de $[BD]$.
c) Montrer que O est un point de la droite (AC) .
- 3) a) Tracer le cercle (I) de centre C et de rayon AC .
b) Construire les points B' et D' de (I) tels que $AB' = AD' = AB$.
- 4) a) Construire le point C' tel que $A'B'C'D'$ soit un losange.
b) Montrer que (AC) est la médiatrice de $[B'D']$.
c) Montrer que C' est un point de la droite (AC) .
- 5) En utilisant la conclusion de la **partie B**, montrer que C' et O sont confondus.
-

ANNEXE

