Thème 3 : Géométrie

Cycle 4 : (Projet de clarification 2018)

Représenter l'espace
Connaissances ➢ Abscisse, ordonnée, altitude ➢ Latitude, longitude Compétences associées ➢ (Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle, sur une sphère ➢ Reconnaître des solides (pavé droit, cube, cylindre, pyramide, cône, boule) ➢ Construire et mettre en relation des représentations de ces solides (vues en perspective cavalière, de face, de dessus, sections planes, patrons, etc.) ➢ Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour représenter des solides
Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer
Connaissances ➢ Caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants ➢ Triangle : - somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) - inégalité triangulaire - cas d'égalité des triangles - triangles semblables (une définition et une propriété caractéristique) ➢ Parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique) ➢ Le théorème de Thalès et sa réciproque (configurations des triangles emboîtés et du papillon) ➢ Le théorème de Pythagore et sa réciproque ➢ Lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente Compétences associées ➢ Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique ➢ Faire le lien entre les cas d'égalité des triangles et la construction d'un triangle à partir de

En 2nde :

Manipuler les vecteurs du plan

Le professeur peut définir les opérations vectorielles à partir des coordonnées, ou bien commencer par leur construction géométrique. Dans tous les cas, la relation $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ est mise en évidence. La relation de Chasles est introduite pour illustrer l'addition des vecteurs, mais ne fait pas l'objet d'un travail spécifique.

Connaissances

- Vecteur $\overrightarrow{MM'}$ associé à la translation qui transforme M en M'. Direction, sens et norme.
- Égalité de deux vecteurs. Notation $\vec{u}$. Vecteur nul.
- Somme de deux vecteurs en lien avec l'enchaînement des translations. Relation de Chasles.
- Base orthonormée. Coordonnées d'un vecteur. Expression de la norme d'un vecteur.
- Expression des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ en fonction de celles de A et de B.
- Produit d'un vecteur par un nombre réel. Colinéarité de deux vecteurs.
- Déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée, critère de colinéarité. Application à l'alignement, au parallélisme.

Capacités associées

- Représenter géométriquement des vecteurs.
- Construire géométriquement la somme de deux vecteurs.
- Représenter un vecteur dont on connaît les coordonnées. Lire les coordonnées d'un vecteur.
- Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.
- Calculer la distance entre deux points. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
- Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.
- Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs.

Démonstration

- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Approfondissement

- Définition vectorielle des homothéties.

■ Résoudre des problèmes de géométrie

Connaissances

- Cercle circonscrit à un triangle. Cas du triangle rectangle.
- Projeté orthogonal d'un point sur une droite.

Capacités associées

- Résoudre des problèmes de géométrie plane sur des figures simples ou complexes (triangles, quadrilatères, cercles).
- Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes. Veiller à mobiliser les connaissances du collège, notamment la trigonométrie.
- Traiter de problèmes d'optimisation.

Démonstrations

- Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M.
- Relation trigonométrique $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ dans un triangle rectangle.

- Le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit.

Approfondissements

- Démontrer que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
- Expression de l'aire d'un triangle : $\frac{1}{2}ab\sin C$.
- Formule d'Al-Kashi.

■ Représenter et caractériser les droites du plan

Dans cette section, le plan est muni d'un repère orthonormé.

Connaissances

- Vecteur directeur d'une droite.
- Application du déterminant aux équations de droite : équation cartésienne, équation réduite.
- Pente (ou coefficient directeur) d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.

Capacités associées

- Déterminer une équation de droite à partir de deux points, un point et un vecteur directeur ou un point et la pente.
- Déterminer la pente ou un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation ou une représentation graphique.
- Tracer une droite connaissant son équation cartésienne ou réduite.
- Établir que trois points sont alignés ou non.
- Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.
- Résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues, déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes.

Démonstration

- En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.

Exemples d'algorithme

- Étudier l'alignement de trois points dans le plan.
- Déterminer une équation de droite passant par deux points donnés.

Approfondissements

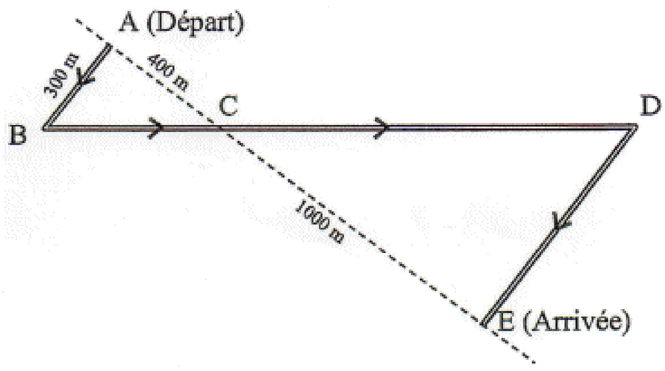
Ensemble des points équidistants d'un point et de l'axe des abscisses.
Représentation, sur des exemples, de parties du plan décrites par des inégalités sur les coordonnées.

Exercice 1 : Un parcours

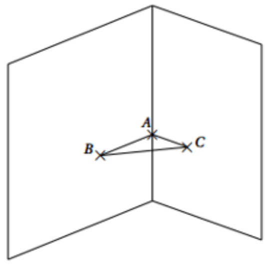
Des élèves participent à un cross.
Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.

On convient que :
- les droites (BD) et (AE) se coupent en C,
-les droites (AB) et (DE) sont parallèles,
-ABC est un triangle rectangle en A

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE



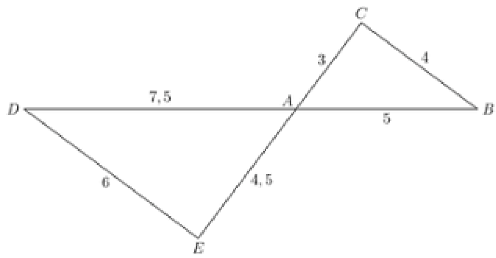
Exercice 2 : VRAI/FAUX



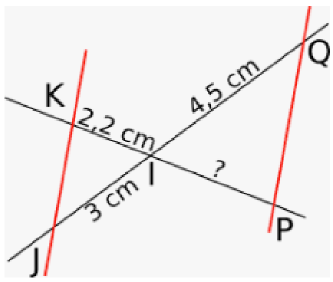
Affirmation 1 : Un menuisier prend les mesures suivantes dans le coin d'un mur à 1 mètre au-dessus du sol pour construire une étagère ABC : AB = 65 cm; AC = 72 cm et BC = 97 cm

Il réfléchit quelques minutes et assure que l'étagère a un angle droit.

Affirmation 2 : Le triangle DEA est l'image du triangle ABC par l'homotéthie de centre A et de rapport 1,5



Affirmation 3 : On a (KJ)//(QP). Elsa affirme que IP = 3,3 cm.

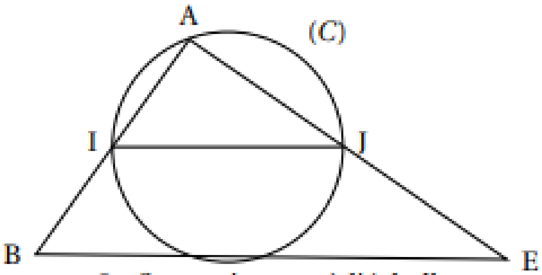


Exercice 3 :

Exercice 3

Dans la figure ci-contre :

- ABE est un triangle ;
- AB = 6 cm, AE = 8 cm et BE = 10 cm ;
- I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AE] ;
- le cercle (C) passe par les points I, J et A.



La figure n'est pas à l'échelle

1. Peut-on affirmer que les droites (IJ) et (BE) sont parallèles ?
2. Montrer que le triangle ABE est rectangle.
3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$? On donnera une valeur approchée au degré près.
4. **a.** Justifier que le centre du cercle (C) est le milieu du segment [IJ].

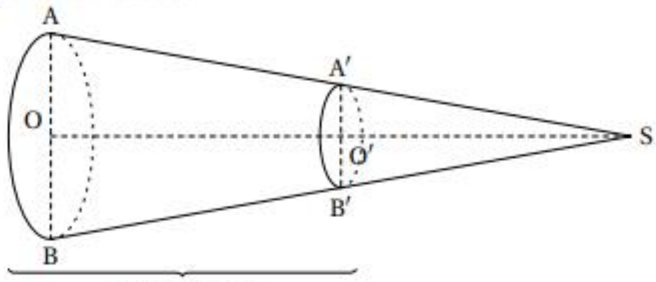
   b. Quelle est la mesure du rayon du cercle (C) ?

Exercice 4 :

EXERCICE 6 **7 POINTS**

Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) de la station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent.

Cette manche à air à la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie supérieure, après section par un plan parallèle à la base.



On donne : AB = 60 cm, A′B′ = 30 cm, BB′ = 240 cm.
O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet S.

O′ milieu de [OS], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base.
B′ appartient à la génératrice [SB] et A′ appartient à la génératrice [SA].

1. Démontrer que la longueur SB est égale à 480 cm.
2. Calculer la longueur SO. On arrondira le résultat au centimètre.
3. Calculer le volume d'air qui se trouve dans la manche à air.
   On arrondira au centimètre cube.

On rappelle les formules du volume d'un cône et l'aire d'un disque de rayon R :

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur} \qquad \text{et} \qquad A_{\text{disque}} = \pi \times R^2$$