Thème 1 : CALCUL LITTERAL

Cycle 4 : (Projet de clarification 2018)

Utiliser le calcul littéral
Connaissances ➢ Notions d'inconnue, d'équation, d'indéterminée, d'identité ➢ Propriétés de distributivité (simple et double) ➢ Annulation d'un produit (démonstration possible par disjonction de cas) ➢ Factorisation de $a^2 - b^2$ Compétences associées ➢ Développer, factoriser, réduire des expressions algébriques dans des cas très simples ➢ Utiliser le calcul littéral pour traduire une propriété générale (par exemple la distributivité simple), pour démontrer un résultat général (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de trois), pour valider ou réfuter une conjecture, pour modéliser une situation ➢ Mettre un problème en équation en vue de sa résolution ➢ Résoudre algébriquement des équations du premier degré ou s'y ramenant (équations produits), en particulier des équations du type $x^2 = a$ *Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.*
À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, d'abord dans le cadre numérique, puis dans le cadre algébrique, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé : - Les règles de calcul sur les nombres relatifs et les fractions, notamment la condition d'égalité de deux fractions (si $ad = bc$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et réciproquement) - Les conventions d'écritures du calcul littéral - Les formules de distributivité simple et double - L'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ - Les procédures de résolution d'équations du type $ax = b$ et $a + x = b$

En 2nde :

■ Utiliser le calcul littéral

Connaissances

- Règles de calcul sur les puissances entières relatives, sur les racines carrées. Relation $\sqrt{a^2} = |a|$.
- Identités $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, à connaître dans les deux sens.
- Exemples simples de calcul sur des expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.
- Somme d'inégalités. Produit d'une inégalité par un réel positif, négatif, en liaison avec le sens de variation d'une fonction affine.
- Ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation.

Capacités associées

- Effectuer des calculs numériques ou littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.

- Sur des cas simples de relations entre variables (par exemple $U = RI$, $d = vt$, $S = \pi r^2$, $V = abc$, $V = \pi r^2 h$), exprimer une variable en fonction des autres. Cas d'une relation du premier degré $ax + by = c$.
- Choisir la forme la plus adaptée (factorisée, développée réduite) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.
- Comparer deux quantités en utilisant leur différence, ou leur quotient dans le cas positif.
- Modéliser un problème par une inéquation.
- Résoudre une inéquation du premier degré.

Démonstrations

- Quels que soient les réels positifs a, b on a $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
- Si a et b sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$.

Exemple d'algorithme

- Déterminer la première puissance d'un nombre positif donné supérieure ou inférieure à une valeur donnée.

Approfondissements

- Développement de $(a+b+c)^2$.
- Développement de $(a+b)^3$.
- Inégalité entre moyennes géométrique et arithmétique de deux réels strictement positifs.

<u>Exercice 1 :</u>

On considère les deux programmes de calcul :

PROGRAMME A

- **Choisir un nombre**
- **Soustraire 3**
- **Calculer le carré du nombre obtenu**

PROGRAMME B

- **Choisir un nombre**
- **Calculer le carré de ce nombre**
- **Ajouter le triple du nombre de départ**
- **Ajouter 7**

Quel nombre faut-il choisir au départ afin d'obtenir le même résultat avec les deux programmes de calcul ?

Exercice 2 :

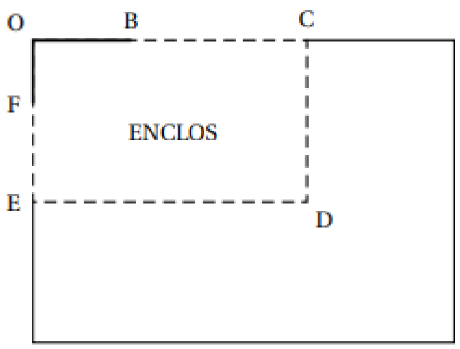
EXERCICE 5 **8 points**

1. Lors des Jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m nage libre en 24,07 secondes.
   A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ?
2. On donne l'expression $E = (3x+8)^2 - 64$.
   - **a.** Développer E.
   - **b.** Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x+16)$.
   - **c.** Résoudre l'équation $(3x+8)^2 - 64 = 0$.
3. La distance d de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.
   On peut la calculer à l'aide de la formule suivante :
   $d = k \times V^2$ avec d : distance de freinage en m V : vitesse du véhicule en m/s
   k : coefficient dépendant de l'état de la route
   $$\begin{cases} k = 0,14 \text{ sur route mouillée} \\ k = 0,08 \text{ sur route sèche.} \end{cases}$$
   Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15 m ?

Exercice 3 :

EXERCICE 6 **10 POINTS**

Le schéma ci-contre représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle.
[OB] et [OF] sont des murs, OB = 6 m et OF = 4m.
La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un **enclos rectangulaire OCDE**.
Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.



Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

1. En plaçant C pour que BC = 5 m, elle obtient que FE = 15 m.
   - **a.** Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.
   - **b.** Justifier que l'aire A de l'enclos OCDE est 209 m^2.
2. Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeure de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier :

   « En notant BC $= x$, on a $A(x) = -x^2 + 18x + 144$ »

   Vérifier que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question 1.
3. *Dans cette partie, les questions* **a.** *et* **b.** *ne nécessitent pas de justification.*
   - **a.** Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule I2.

	B2		=–B1*B1+18*B1+144							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216	
3										

Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2 ?

- **b.** Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin obtenir un enclos d'aire maximale ?
- **c.** Donner les dimensions de l'enclos ainsi obtenu.